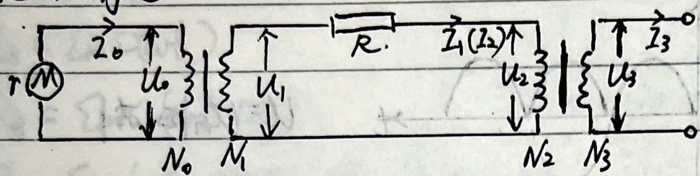
2) 电能的输送.




发电电压：$U_0$

发电功率：$P_0$

$I_0=\frac{P_0}{U_0}$.

输电线发电端电压 $U_1=\frac{N_1}{N_0}U_0$，$I_1=\frac{N_0}{N_1}I_0$

损失电压：$U_损=I_1R$；损失功率 $P_损=I_1^2R$

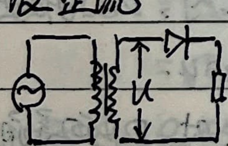
输电线用户端电压 $U_2=U_1-U_损=\frac{N_1}{N_0}U_0-\frac{N_0}{N_1}I_0R$，$I_2=I_1$.

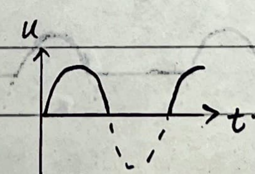
用户网：

$$\begin{cases} U_3=\frac{N_3}{N_2}U_2=\frac{N_3N_1}{N_2N_0}U_0-\frac{N_3N_0}{N_2N_1}I_0R. \\ P=P_0-P_损=P_0-(\frac{N_0}{N_1})^2I_0^2R. \\ I_3=\frac{P}{U_3}=\frac{P_0-(\frac{N_0}{N_1})^2I_0^2R}{\frac{N_3}{N_2}\cdot\frac{N_1}{N_0}[U_0-(\frac{N_0}{N_1})^2I_0R]} \end{cases}$$

④ 整流与滤波.

i) 半波整流




$$\frac{U_效^2}{R}\cdot T=\int_0^{\frac{T}{2}}\frac{U_m^2\sin^2(\omega t)}{R}dt$$

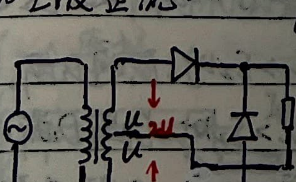
$$\therefore U_效^2T=U_m^2\left[\frac{1}{2}\int_0^{\frac{T}{2}}dt-\frac{1}{2}\int_0^{\frac{T}{2}}\cos(2\omega t)dt\right]$$

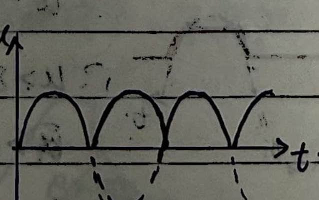
$$=U_m^2\left[\frac{1}{4}T-\frac{1}{4\omega}\int_0^{\frac{T}{2}}\cos(2\omega t)d(\omega t)\right]$$

$$=\frac{1}{4}U_m^2\cdot T$$

$\therefore U_效=\frac{1}{2}U_m$；$I_效=\frac{1}{2}I_m$.

2) 全波整流.



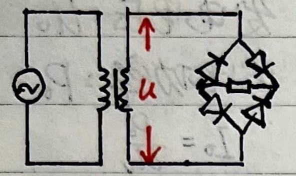

与未整流时一样。

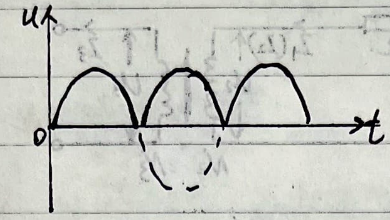
$I_效=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$

$U_效=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$

<1>副线圈上需有中央抽头，<2>为得到相同脉动电压幅值$U_0$，二极管要承受$2U_0$反向电压.

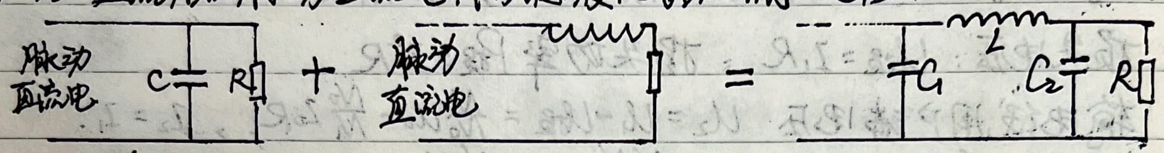
3) 桥式整流.




$u=U_m|\sin\omega t|$

4) 经整流后的脉动直流电作为滤波电路的输入电压.




电容滤波:

$X_C=\frac{1}{2\pi fC}$

{通交流阻直流
通高频阻低频.

电感滤波:

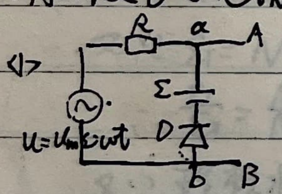
$X_L=2\pi fL$.

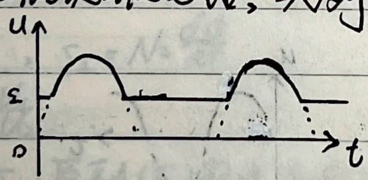
{通直流阻交流
通低频阻高频

π型滤波.

5) 有二极管与电源存在的滤波电路, 典例.

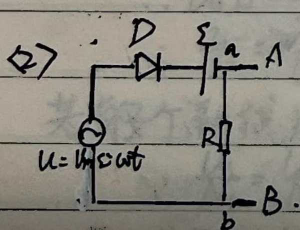
<1>

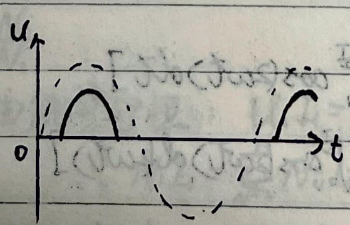



当 $u>\varepsilon$ 时, D反向截止, ab断路.
$U_{AB}=u$.
当 $u<\varepsilon$ 时, D正向导通, ab短路
$U_{AB}=\varepsilon$.

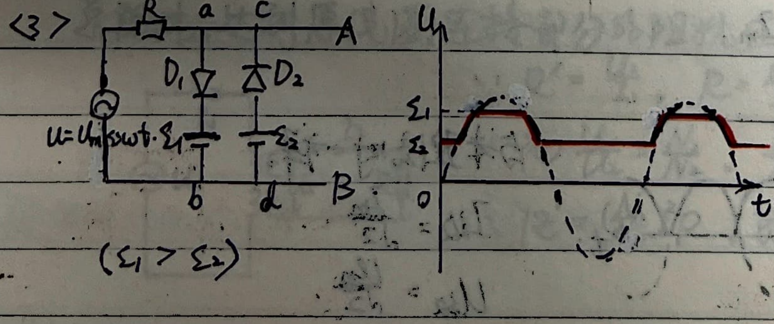
<2>




当 $u>\varepsilon$ 时, D正向导通, D短路.
$U_{AB}=u-\varepsilon$.
当 $u<\varepsilon$ 时, D反向截止, D断路.
$U_{AB}=0$.

<3>




$(\varepsilon_1>\varepsilon_2)$

∵ $u>\varepsilon_1$ 时 $D_1$ 导通 反之 $D_1$ 断开
$u>\varepsilon_2$ 时 $D_2$ 断开 反之 $D_2$ 导通

∴ $u>\varepsilon_1>\varepsilon_2$ 时, $D_1$ 通 $D_2$ 断, $U_{AB}=\varepsilon_1$
$\varepsilon_1>u>\varepsilon_2$ 时, $D_1$ 断 $D_2$ 断: $U_{AB}=u$
$\varepsilon_1>\varepsilon_2>u$ 时, $D_1$ 断 $D_2$ 通: $U_{AB}=\varepsilon_2$

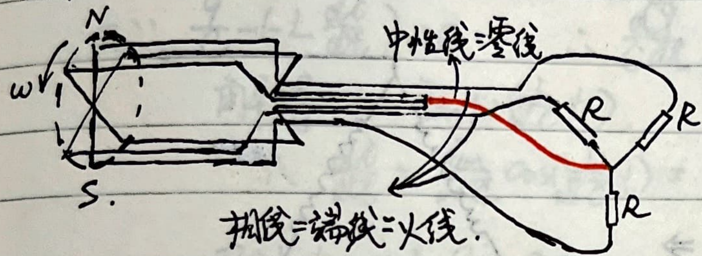
⑩ 三相交流电

$e_A = E_m\sin(\omega t)$

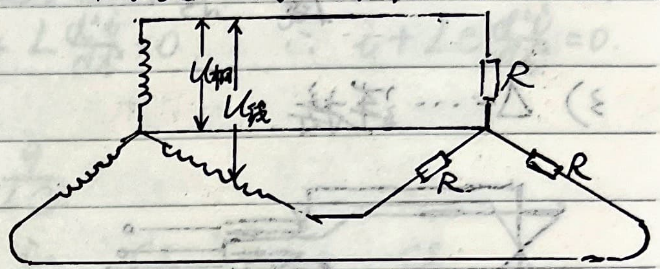
$e_B = E_m\sin(\omega t-120^\circ)$

$e_C = E_m\sin(\omega t-240^\circ) = E_m\sin(\omega t+120^\circ)$

1) Y-Y连接.




在家庭照明电路中应用.




特征: <1> $U_{线} = \sqrt{3}U_{相}$.

证明: $e_A - e_B = E_m[\sin(\omega t) - \sin(\omega t-120^\circ)]$

$= E_m[\sin(\omega t) - \sin(\omega t)\cos 120^\circ + \sin 120^\circ\cos(\omega t)]$

$= E_m[\sin(\omega t) + \frac{1}{2}\sin(\omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\omega t)]$

$\therefore = \sqrt{3}E_m[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\omega t) + \frac{1}{2}\cos(\omega t)] = \sqrt{6}U_{相}\sin(\omega t+30^\circ)$

而 $e_A - e_B$ 的有效值就是$U_{线}$, $\therefore U_{线} = \sqrt{3}U_{相}$.

<2> 中性线中电压为0.

证明: $U_{中} = E_m[\sin(\omega t) + \sin(\omega t+120^\circ) + \sin(\omega t-120^\circ)]$

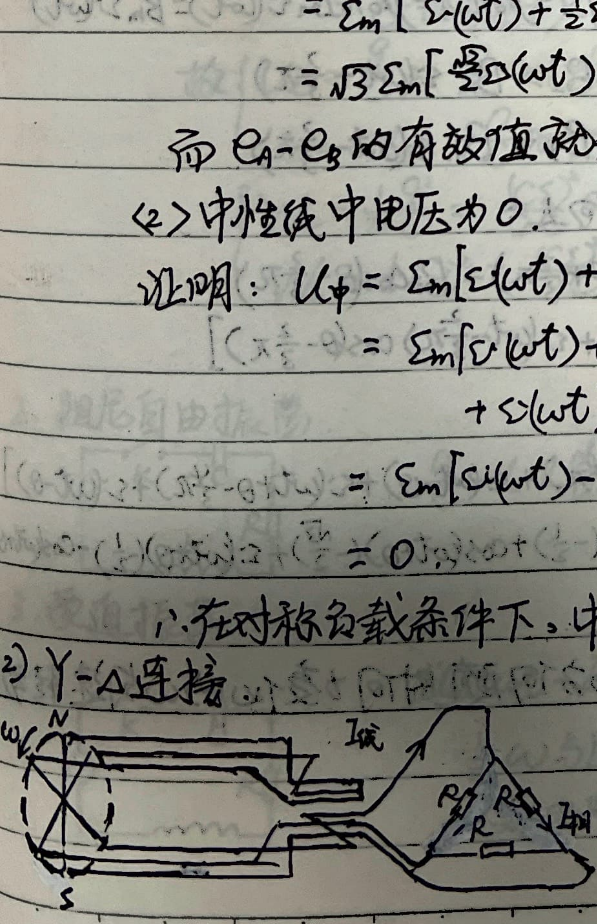
$= E_m[\sin(\omega t) + \sin(\omega t)\cos 120^\circ + \sin 120^\circ\cos(\omega t) + \sin(\omega t)\cos 120^\circ - \sin 120^\circ\cos(\omega t)]$

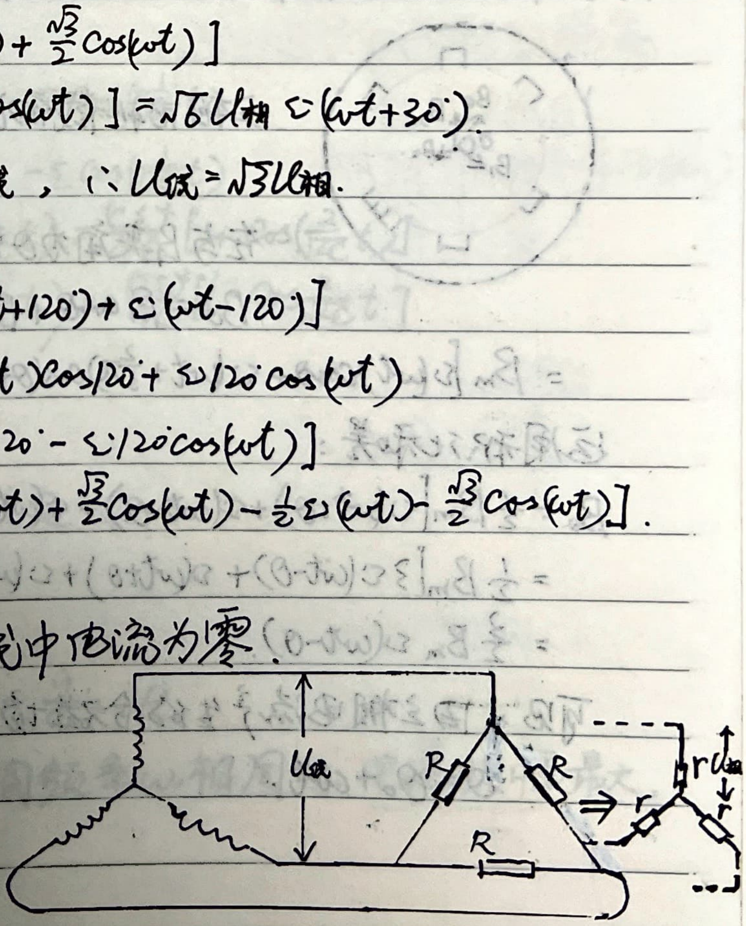
$= E_m[\sin(\omega t) - \frac{1}{2}\sin(\omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\omega t) - \frac{1}{2}\sin(\omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\omega t)]$.

$= 0$

∴ 在对称负载条件下, 中性线中电流为零.

2) Y-Δ连接



特征：$I_{线} = \sqrt{3} I_{相}$

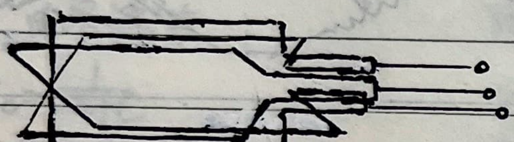
证明：用Y-Δ转换. $r = \frac{R^2}{R+R+R} = \frac{R}{3}$.

∴ $I_{相} = \frac{U_{线}}{R} = \frac{U_{线}}{3r}$

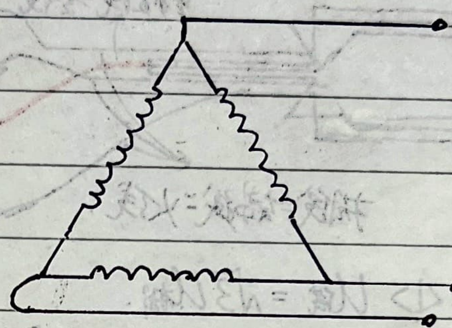
$I_{线} = \frac{U_{相}}{r} = \frac{U_{线}}{\sqrt{3}r}$

∴ $\frac{I_{相}}{I_{线}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

3) Δ-…连接.

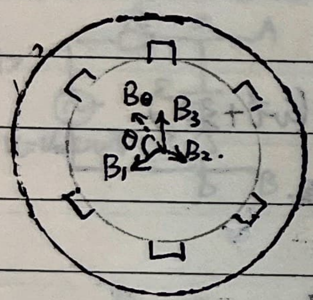


⇒



特征：$U_{相} = U_{线}$

4) 三相感应电动机的旋转磁场




三相电机截面图.

$$\begin{cases} B_1 = \mu_0 n i_1 = \mu_0 n I_m \sin(\omega t) = B_m \sin(\omega t) \\ B_2 = B_m \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \\ B_3 = B_m \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \end{cases}$$

在与$B_1$夹角为$\theta$的方向上：

$$B_\theta = B_1 \cos\theta + B_2 \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) + B_3 \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi)$$

$$= B_m [\sin(\omega t)\cos\theta + \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi)\cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) + \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi)\cos(\theta - \frac{2}{3}\pi)]$$

运用积化和差：

$$B_\theta = \frac{1}{2} B_m [\sin(\omega t+\theta) + \sin(\omega t-\theta) + \sin(\omega t+\theta+\frac{4}{3}\pi) + \sin(\omega t-\theta) + \sin(\omega t+\theta-\frac{4}{3}\pi) + \sin(\omega t-\theta)]$$

$$= \frac{1}{2} B_m [3\sin(\omega t-\theta) + \sin(\omega t+\theta) + \sin(\omega t+\theta)(-\frac{1}{2}) + \cos(\omega t+\theta)(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + \sin(\omega t+\theta)(-\frac{1}{2}) - \cos(\omega t+\theta)(\frac{\sqrt{3}}{2})]$$

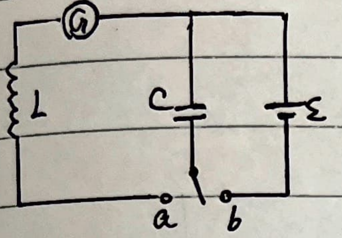
$$= \frac{3}{2} B_m \sin(\omega t - \theta).$$

可见，由三相电流产生的合磁场$B_\theta$的方向随时间$t$变化以$\omega$匀速转动.

$\theta = \theta_0 + \omega t$.

# 十三、电磁振荡和电磁波.

## 1. 无阻尼自由振荡




初态：电源 $\varepsilon$ 给电容器 $C$ 充电，

此时 $t=0$，$i=0$，$q=C\varepsilon$.

将开关扳到a，电容器开始放电；

$dt$ 时间内电容器电量减少 $dq$，$\therefore i=\frac{dq}{dt}$.

又$\because \frac{q}{C}-(-L\frac{di}{dt})=0$ $\quad\therefore \frac{dq}{Cdt}+L\frac{d^2i}{dt^2}=0$ $\quad\therefore i+LC\frac{d^2i}{dt^2}=0$.

解得 $i=i_m\sin(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)$.

$\therefore \frac{di}{dt}=\frac{i_m}{\sqrt{LC}}\cos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)=\frac{q}{LC}$

又$\because t=0$时，$q=C\varepsilon$，$\therefore \frac{i_m}{\sqrt{LC}}=\frac{C\varepsilon}{LC}$ $\quad\therefore i_m=\frac{C\varepsilon}{\sqrt{LC}}$

$\therefore i=\frac{C\varepsilon}{\sqrt{LC}}\sin(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)$

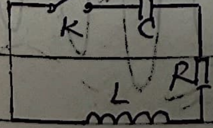
$\therefore q=-\int i\,dt=-\frac{C\varepsilon}{\sqrt{LC}}\int\sin(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)dt=-C\varepsilon\int\sin(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)\,d(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)$

$=C\varepsilon\cos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)$.

故
$$\begin{cases}u_C=\frac{q}{C}=\frac{Q}{C}\cos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)=\varepsilon\cos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)\\ u_L=-u_C=-\frac{Q}{C}\cos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)=-\varepsilon\cos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)\end{cases}$$

$$\begin{cases}W_C=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{(C\varepsilon)^2}{2C}\cos^2(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)=\frac{(C\varepsilon)^2}{4C}[1+\cos(\frac{2}{\sqrt{LC}}t)]\\ W_L=\frac{1}{2}Li^2=\frac{(C\varepsilon)^2}{2C}\sin^2(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)=\frac{(C\varepsilon)^2}{4C}[1-\cos\frac{2}{\sqrt{LC}}t]\end{cases}$$

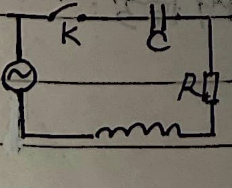
## 2. 阻尼自由振荡.




$\frac{q}{C}-(-L\frac{di}{dt})+iR=0$

## 3. 受迫振荡.

$U_m\sin\omega t-L\frac{di}{dt}=\frac{q}{C}+iR$.




…… 当 $\omega$ 与固有圆频率 $\omega_0$ 相同时，电流振幅最大，达到电共振.

No
Date

4. 电磁波.

① 由 $\oint_S \vec{E} d\vec{s} = \varepsilon_0 q$

$\oint_S \vec{B} d\vec{s} = 0.$

$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}$

$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}) = \mu_0 \int_S (\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) d\vec{s}.$

可得 波速 $C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

电场与磁场关系：$\vec{B} = \frac{\vec{C} \times \vec{E}}{C^2}$

能量密度 $w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 (\frac{B}{C})^2 = \varepsilon_0 E^2$

能流密度 $S = \frac{w ds \cdot c dt}{ds \cdot dt} = cw = \frac{EB}{\mu_0}$ , $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}.$

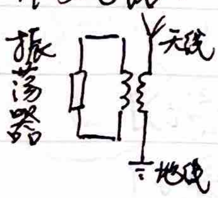
强度($\bar{S}$) $I = \overline{cw} = c\varepsilon_0 \overline{E^2} = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_m^2 \propto E_m^2.$

辐射压强(对黑体)：$P_r = \frac{(\frac{W}{c})}{\Delta t} / \Delta S = \frac{W}{(c\Delta t) \cdot \Delta S} = w = \varepsilon_0 E^2.$

辐射压强(对完全反射面)：$P_r = 2\varepsilon_0 E^2.$

② 电磁波发射与接收原理.

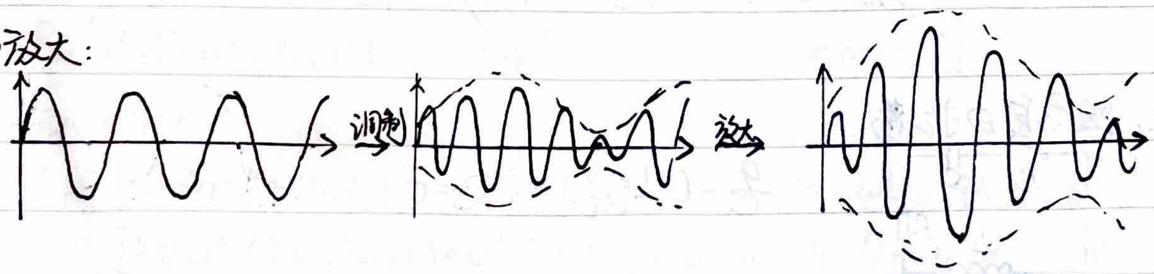
1) 开放电路：　　　　2) 调制(调幅、调频、调相)



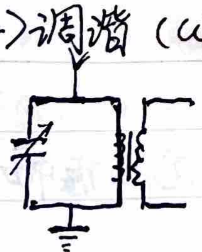

$\rightarrow$


$\rightarrow$

3) 放大：




4) 调谐 ($\omega_{波} = \omega_{接收} = 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$).



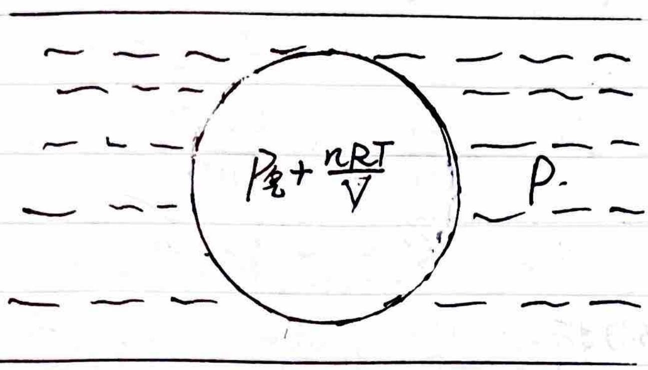
5) 解调(检波)：

转化成各种信号：

声、光……

No.
Date

# 专题：沸腾条件.




气泡内的气体由饱和蒸气和干燥空气组成。气泡外压强由液体和大气共同产生.

$\begin{cases} 饱和蒸气压：P_{汽} \\ 干空气压强：\frac{nRT}{V}. \end{cases}$

气泡内的压强为液体的饱和蒸气压与空气压强($\frac{nRT}{V}+P_{汽}$)之和.
设气泡外压强为$P$. 并假设气泡半径不太小.

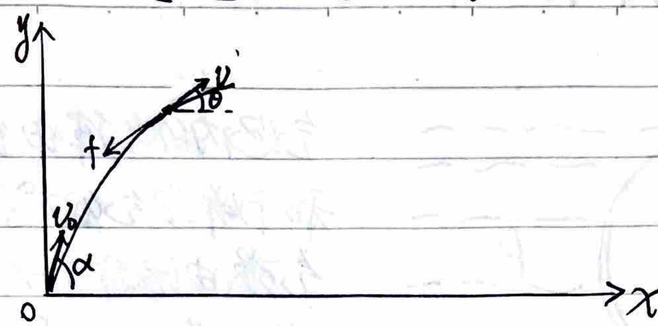
$$\because \quad P_{汽}+\frac{nRT}{V}-P=\frac{2\sigma}{r}=2\sigma\left(\frac{4\pi}{3V}\right)^{\frac{1}{3}}\approx 0.$$

温度升高时，$P_{汽}$增大，这时气泡体积增大使$\frac{nRT}{V}$须减小，气泡可达新的平衡，当$P_{汽}$增大到等于$P$时，无论体积如何增大，都不能维持平衡，出现沸腾现象.
故，当$P_{汽}=P$，即气泡内液体饱和蒸气压等于外界压强时的温度就是沸点.
如果密闭容器中，液面上方总压强(液体饱和蒸气压＋其它气体压强)恒大于液体饱和蒸气压，容器内液体不能沸腾.

No.

Date

专题：空气阻力$\vec{f}=-k\vec{v}$情况下的抛体运动.




取运动过程中任一点作受力分析：

$$\begin{cases} m\dfrac{dv_x}{dt}=-kv_x \\ m\dfrac{dv_y}{dt}=-(mg+kv_y) \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \dfrac{dv_x}{v_x}=-\dfrac{k}{m}dt \\ \dfrac{d(kv_y)}{mg+kv_y}=-\dfrac{k}{m}dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln\dfrac{v_x}{v_0\cos\alpha}=-\dfrac{k}{m}t \\ \ln\left(\dfrac{mg+kv_y}{mg+kv_0\sin\alpha}\right)=-\dfrac{k}{m}t \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} v_x=(v_0\cos\alpha)e^{-\frac{k}{m}t} \\ v_y=(v_0\sin\alpha+\dfrac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t}-\dfrac{mg}{k} \end{cases}$$

上两式对时间积分，得

$$\begin{cases} x=\dfrac{m}{k}(v_0\cos\alpha)(1-e^{-\frac{k}{m}t}) \\ y=\dfrac{m}{k}(v_0\sin\alpha+\dfrac{mg}{k})(1-e^{-\frac{k}{m}t})-\dfrac{mg}{k}t \end{cases}$$

消去t，得 $y=\left(tg\alpha+\dfrac{mg}{kv_0\cos\alpha}\right)x+\dfrac{m^2g}{k^2}\ln\left(1-\dfrac{kx}{mv_0\cos\alpha}\right)$

当$k\to0$时，$\dfrac{kx}{mv_0\cos\alpha}\ll1$.

$$\therefore \ln\left(1-\frac{kx}{mv_0\cos\alpha}\right)=-\frac{kx}{mv_0\cos\alpha}-\frac{1}{2}\left(\frac{kx}{mv_0\cos\alpha}\right)^2-\frac{1}{3}\left(\frac{kx}{mv_0\cos\alpha}\right)^3-\cdots$$

只取前两项，得

$$y=tg\alpha\cdot x+\frac{mgx}{kv_0\cos\alpha}-\frac{mgx}{kv_0\cos\alpha}-\frac{g\cdot x^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$$

$$=x\,tg\alpha-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$$ 这是抛物线方程.

# 专题：汽车的两种加速模式

1. 以额定功率加速（额定功率 $P_0$，恒阻力 $f$，汽车质量 $m$）.

$\because P_0 = F_{牵}\cdot v$

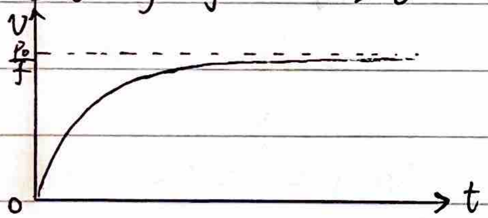
$\therefore a = \frac{F_{牵}-f}{m} = \frac{\frac{P_0}{v}-f}{m} = \frac{dv}{dt}$.

分离变量，得 $\frac{m\,dv}{\frac{P_0}{v}-f} = dt$ $\therefore \frac{mv\,dv}{P_0-f\cdot v} = \frac{\frac{m}{f}(fv-P_0)+\frac{mP_0}{f}dv}{P_0-f\cdot v} = dt$

整理得：$-\frac{m\,dv}{f} + \frac{\frac{mP_0}{f^2}d(f\cdot v-P_0)}{P_0-f\cdot v} = dt$.

$\therefore -\frac{m}{f}v - \frac{mP_0}{f^2}\ln\left(\frac{fv-P_0}{-P_0}\right) = -\frac{mv}{f} - \frac{P_0 m}{f^2}\ln\left(\frac{P_0-fv}{P_0}\right) = t$

当 $v=\frac{P_0}{f}$ 时，$a=0$，$t\to\infty$.




2. 以恒加速度加速（恒加速度 $a_0$，额定功率 $P_0$，恒阻力 $f$）

第一阶段：$\begin{cases} v = a_0 t \\ F_{牵}-f = ma_0 \end{cases}$

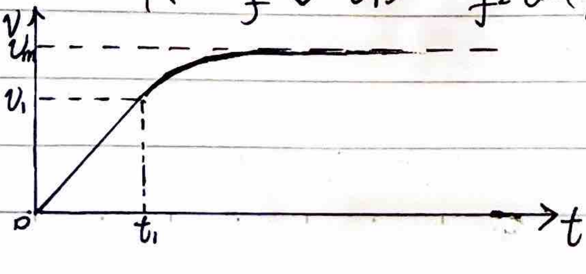
末状态 $P_1 = F_{牵}\cdot v_1 = (f+ma_0)v_1 = P_0 = f\cdot v_m$

$\therefore v_1 = \frac{f}{f+ma_0}\cdot v_m$. 此时 $t_1 = \frac{v_1}{a_0} = \frac{f}{f+ma_0}\cdot\frac{v_m}{a_0}$

第二阶段：第一阶段的匀加速直线运动已使汽车达到额定功率，但未达到最大速度，故第二阶段汽车要在额定功率 $P_0$ 下做变加速直线运动，由 $F_{牵}\cdot v_1$ 逐渐变成 $f\cdot v_m$.（与第一种模式相同）

$P_0 = F_{牵}v$. $a = \frac{F_{牵}-f}{m} = \frac{\frac{P_0}{v}-f}{m} = \frac{dv}{dt}$

$\therefore -\frac{m}{f}(v-v_1) - \frac{P_0 m}{f^2}\ln\left(\frac{P_0-fv}{P_0-fv_1}\right) = t-t_1$

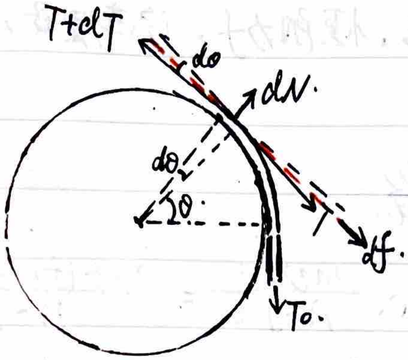


No.

Date

专题：有摩擦绳中的张力分布及非轻绳张力分布.

1. 有摩擦.




$$\begin{cases}(T+dT)\sin\frac{d\theta}{2}+T\sin\frac{d\theta}{2}=dN\\(T+dT)\cos\frac{d\theta}{2}-T\cos\frac{d\theta}{2}=\mu dN\end{cases}$$

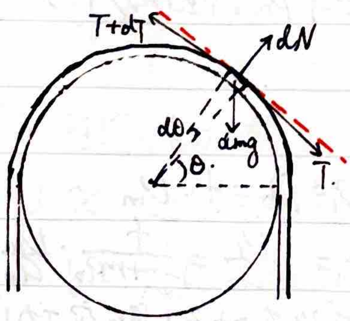
略去二级小量，且利用 $\sin\frac{d\theta}{2}=\frac{d\theta}{2}$，$\cos\frac{d\theta}{2}\approx1$，得.

$$\begin{cases}Td\theta=dN\\dT=\mu dN\end{cases}$$

$\therefore \frac{dT}{T}=\mu d\theta \Rightarrow \ln\frac{T}{T_0}=\mu\theta$

$\therefore T=T_0e^{\mu\theta}$.

2. 有重力.




$dm=\frac{Rd\theta}{L}\cdot M$.

$$\begin{cases}(T+dT)\cos\frac{d\theta}{2}=dmg\cos\theta+T\cos\frac{d\theta}{2}\\dN=(T+dT)\sin\frac{d\theta}{2}+T\sin\frac{d\theta}{2}+dmg\sin\theta\end{cases}$$

略去二级小量，利用 $\sin\frac{d\theta}{2}\approx\frac{d\theta}{2}$，$\cos\frac{d\theta}{2}\approx1$，得.

$$\begin{cases}dT=\frac{MgR}{L}\cos\theta d\theta & ①\\dN=Td\theta+\frac{MgR}{L}\sin\theta d\theta & ②\end{cases}$$

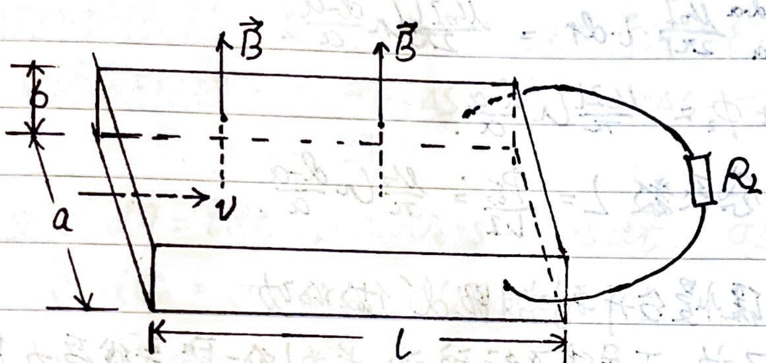
由①得：$T-T_0=\frac{MgR}{L}\sin\theta$.　$\therefore T=T_0+\frac{R}{L}Mg\sin\theta$. 代入②.

$dN=T_0d\theta+\frac{2R}{L}Mg\sin\theta d\theta$

$\therefore N=T_0\theta+\frac{2R}{L}Mg(1-\cos\theta)$

专题：磁流体发电机

模型：横截面为矩形，管道长 $l$，宽为 $a$，高为 $b$，上下两侧面绝缘，相距为 $a$ 的两侧面是电阻可略的导体，并连有负载 $R_L$。整个管道处于匀强磁场区域，$B$ 垂直于上、下侧面指向上。管道内沿 $l$ 方向匀速流有电阻率为 $\rho$ 的电离气体，其所受摩擦力大小与流速成正比。管两端维持恒定压强差 $p$，无磁场时电离气流速为 $v_0$，有磁场 $B$ 时电动势？




无磁场存在时 $\Delta F = p \cdot ab$，$f_0 = kv_0$，且 $\Delta F = f_0$

$\therefore k = \frac{pab}{v_0}$

有磁场后时，电离气受洛仑兹力而偏转，打在侧板上，同时另一侧板上也会有离子飞出，故而形成回路，电动势 $\varepsilon = Bav$

$$\therefore I = \frac{\varepsilon}{R} \quad \frac{Bav}{\frac{\rho a}{bl} + R_L}$$

$$\therefore \text{安培力 } F = BIa = \frac{B^2a^2v}{R_L + \frac{\rho a}{bl}}$$

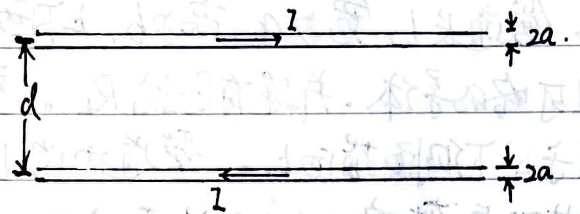
$$\text{又} \because \Delta F = F + f \text{，即 } pab = \frac{B^2a^2v}{R_L + \frac{\rho a}{bl}} + kv = \frac{B^2a^2v}{R_L + \frac{\rho a}{bl}} + pab\frac{v}{v_0}$$

$$\therefore v = \frac{pab}{\frac{pab}{v_0} + \frac{B^2a^2}{R_L + \frac{\rho a}{bl}}}$$

$$\therefore \varepsilon = Bav = \frac{Bav_0}{1 + \frac{B^2av_0}{pb(R_L + \frac{\rho a}{bl})}}$$

No.
Date

# 专题：两平行导线的自感




1. 单位长度的自感系数

$$\phi_1=\phi_2=\int_a^{d-a}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot l\cdot dr=\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{d-a}{a}.$$

$$\therefore \phi_{总}=\phi_1+\phi_2=\frac{\mu_0 I l}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}.$$

$$\therefore 单位长度自感系数\ L=\frac{\phi_{总}}{l\cdot I}=\frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}.$$

2. 将两导线保持平行缓慢分开到相距 $d'$ 做的功

设上导线不动，下导线平行移动，长为 $l$ 的一段导线受力 $F=IBl$

$$\therefore W=\int_d^{d'}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot Il\,dr=\frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi}\ln\frac{d'}{d}.$$

$$\therefore 单位长度由磁场所做的功为\ \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln\frac{d'}{d}.$$

3. 增大距离时的能量变化关系：

在移动过程中，为维持 I 不变，因 L 变化而产生自感电动势：

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-I\frac{dL}{dt}$$

$$\therefore W_{外}=-\int_d^{d'}\varepsilon I\,dt=\int_d^{d'}I^2\,dL=I^2(L'-L)$$

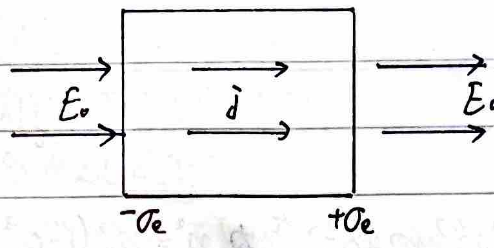
$$=W_{磁}+W_{其它}.$$

而 $W_{磁}=\frac{1}{2}(L'-L)I^2$，$\therefore W_{其它}=\frac{1}{2}(L'-L)I^2=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln\frac{d'-a}{d-a}\approx\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln\frac{d'}{d}.$

可见用于增加自感磁能的功与用来通过磁场对导线所做的功相等。

其中，后一半功在此种情况下是克服保持动能不变的阻力所做的功。

# 专题：导体达到静电平衡过程的模型.




1. 设t时刻，导体两端表面上积累电荷的面密度为$\sigma_e$. $\sigma_e$在导体内产生了与$E_0$方向相反的场强$E'$，则$E=E_0-E'$，这是导体内部的合场强.

由高斯定理： $-E_0\Delta S+(E_0-E')\Delta S=(-\sigma_e)\Delta S/\varepsilon_0$

$$\therefore E'=\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}$$

又$\because dq=i\,dt$，$\therefore d\sigma_e\cdot s=j\cdot s\,dt=\sigma E\cdot s\,dt$

$$\therefore d\sigma_e=\sigma E\,dt=\sigma\left(E_0-\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}\right)dt.$$

$$\therefore \int_0^{\sigma_e}\frac{d\sigma_e}{E_0-\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}}=\int_0^t\sigma\,dt \Rightarrow \sigma_e=\varepsilon_0E_0\left(1-e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}\right)$$

且$E'=E_0\left(1-e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}\right)$

所以$E=E_0e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}$

$$j=\sigma E=\sigma E_0e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}.$$

可见$t=0$时，$j=\sigma E_0$；随着t增长，j按指数衰减；$t\to\infty$时，$j=0$，达到静电平衡.

2. 建立稳恒电流：

在一段导体之中，由于$\vec{j}=\sigma\vec{E}$，$\oint_S\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{q_0}{\varepsilon_0}$

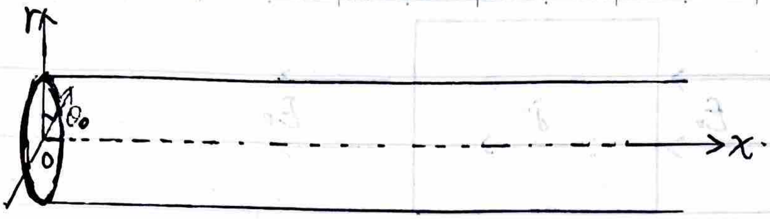
$$\therefore \frac{1}{\sigma}\oint_S\vec{j}\cdot d\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}q$$

由电流的连续性方程：$\oint_S\vec{j}\cdot d\vec{s}=-\frac{dq}{dt}$，得

$$-\frac{dq}{dt}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}q$$

$\therefore$ 导体之中积累的电荷$q=q_0e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}$.

# 专题：光纤中光的传播.




折射率$n$沿径向的分布为 $n^2=n_0^2(1-\alpha^2 r^2)$.

$$\because \begin{cases} n\sin\theta = n_0\sin\theta_0 \\ \sin\theta=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\dfrac{1}{\sqrt{1+tg^2\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}}=\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{dr}{dx}\right)^2}} \end{cases}$$

$\therefore \left(\frac{dr}{dx}\right)^2=\frac{n^2}{n_0^2\sin^2\theta_0}-1$，对$x$求导,得:

$$2\left(\frac{dr}{dx}\right)\frac{d^2r}{dx^2}=\frac{1}{n_0^2\sin^2\theta_0}\frac{d(n^2)}{dr}\cdot\frac{dr}{dx}$$

$$\therefore\ 2\frac{d^2r}{dx^2}=\frac{1}{n_0^2\sin^2\theta_0}\left(-2n_0^2\alpha^2 r\right)$$

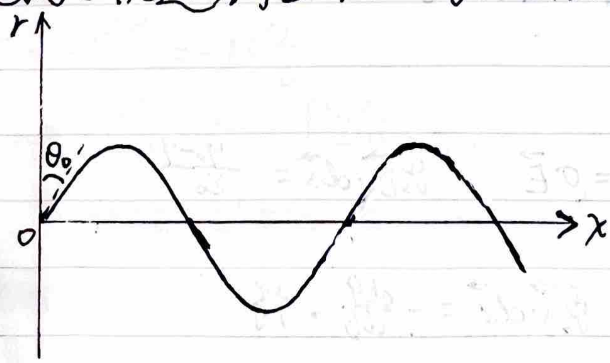
即 $\frac{d^2r}{dx^2}+\frac{\alpha^2}{\sin^2\theta_0}r=0$　　解得 $r=A\sin\left(\frac{\alpha}{\sin\theta_0}x+\varphi_0\right)$

在$x=0$处$r=0$，故$A\sin\varphi_0=0$.

且$x=0$处 $\frac{dr}{dx}=A\frac{\alpha}{\sin\theta_0}\cos\varphi_0$，故 $A\frac{\alpha}{\sin\theta_0}\cos\varphi_0=\frac{\cos\theta_0}{\sin\theta_0}\Rightarrow A\alpha\cos\varphi_0=\cos\theta_0$

解得 $\varphi_0=0$，$A=\frac{\cos\theta_0}{\alpha}$

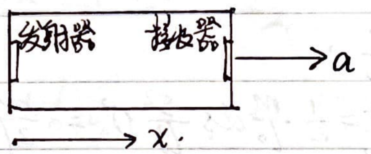
故光线的轨迹方程 $r=\frac{\cos\theta_0}{\alpha}\sin\left(\frac{\alpha}{\sin\theta_0}x\right)$



# 专题：加速度等效引力场问题.

在以加速度$a$沿直线做匀加速运动的箱子中做一个假想实验。在箱尾和箱头安装激光发射器和激光接收器，在箱子系中观测到发射器和接收器间距离为$L$，激光从发射器到接收器的周期为$T_0$。则在地面参考系中，位于箱头的接收器接收到的激光周期 $T=T_0(1+\frac{aL}{c^2})$.

证明:




设$t=0$时刻，箱子从静止开始加速，同时激光光波从发射器发出.

任一时刻$t$: $\begin{cases} \text{发射器位置}: x=\frac{1}{2}at^2 \\ \text{接收器位置}: x=L+\frac{1}{2}at^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \text{所考察振动状态位置}: x=cT \\ \text{比考察的振动状态晚一个周期}T_0\text{的振动状态位置}: x=\frac{1}{2}aT_0^2+c(t-T_0) \end{cases}$

设所考察的振动状态在$t_1$时刻到达接收器.

则 $ct_1=L+\frac{1}{2}at_1^2 \Rightarrow t_1=\frac{c}{a}\left(1-\sqrt{1-\frac{2aL}{c^2}}\right)$.

设比考察的振动状态晚一个周期$T_0$的振动状态在$t_2$时刻到达接收器，

则 $\frac{1}{2}aT_0^2+c(t_2-T_0)=L+\frac{1}{2}at_2^2 \Rightarrow t_2=\frac{c}{a}\left(1-\sqrt{1-\frac{2aL}{c^2}-\frac{2aT_0}{c}+\frac{a^2T_0^2}{c^2}}\right)$

故，地面系中接收到激光的周期

$$T=t_2-t_1$$

$$=\frac{c}{a}\left(\sqrt{1-\frac{2aL}{c^2}}-\sqrt{1-\frac{2aL}{c^2}-\frac{2aT_0}{c}+\frac{a^2T_0^2}{c^2}}\right)$$

$$=\frac{c}{a}\sqrt{1-\frac{2aL}{c^2}}\left[1-\sqrt{1-\frac{\frac{2aT_0}{c}-\frac{a^2T_0^2}{c^2}}{1-\frac{2aL}{c^2}}}\right]$$

$$\approx\frac{c}{a}\left(1-\frac{aL}{c^2}\right)\left[1-\left(1-\frac{\frac{aT_0}{c}-\frac{a^2T_0^2}{2c^2}}{1-\frac{2aL}{c^2}}\right)\right]$$

$$\approx\frac{c}{a}\left(1-\frac{aL}{c^2}\right)\cdot\left(\frac{aT_0}{c}-\frac{a^2T_0^2}{2c^2}\right)\left(1+\frac{2aL}{c^2}\right)=\left(1-\frac{aL}{c^2}\right)\left(1+\frac{2aL}{c^2}\right)\left(T_0-\frac{aT_0^2}{2c}\right)$$

$$\approx\left(1+\frac{2aL}{c^2}-\frac{aL}{c^2}\right)T_0\left(1-\frac{aT_0}{2c}\right).$$ $aT_0/c$项可忽略.

$$\approx T_0\left(1+\frac{aL}{c^2}\right).$$ $a$可等效于一引力场强$g$，即$T=T_0(1+\frac{gL}{c^2})$.

No.

Date

# 专题：有质量弹簧的弹簧振子

1. 弹簧振子中小球质量为$M$，弹簧质量为$m$，劲度系数为$k$，系统振动周期 $T=2\pi\sqrt{\frac{M+\frac{m}{3}}{k}}$.

证明：弹簧为原长时，在$s$处取线元$ds$，其质量 $dm=\frac{m}{l_0}ds$.（$l_0$为原长）.

当$M$产生位移$x$时，$dm$的位移设为$P$，则 $\frac{x}{P}=\frac{l_0}{s}$.（由于弹簧质量分布均匀）。对上式求导：

$$\frac{dP}{dt}=\frac{s}{l_0}\frac{dx}{dt}=\frac{s}{l_0}v$$

∴ $dm$的动能 $dE_{K'}=\frac{1}{2}dm\left(\frac{dP}{dt}\right)^2=\frac{1}{2}\frac{m}{l_0}ds\frac{s^2}{l_0^2}v^2=\frac{mv^2}{2l_0^3}s^2ds$

∴ 整个弹簧的动能 $E_{K_1}=\frac{mv^2}{2l_0^3}\int_0^{l_0}s^2ds=\frac{1}{6}mv^2$

而小球的动能 $E_{K_2}=\frac{1}{2}Mv^2$.

∴ 系统机械能 $E=\frac{1}{2}\left(M+\frac{m}{3}\right)\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\frac{1}{2}kx^2$.

对上式求导：

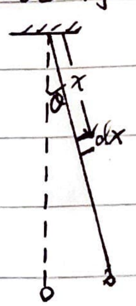
$$\frac{dE}{dt}=\frac{1}{2}\left(M+\frac{m}{3}\right)\cdot 2\left(\frac{dx}{dt}\right)d\left(\frac{dx}{dt}\right)/dt+\frac{1}{2}k\cdot 2x\,dx/dt=0$$

∴ $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{M+\frac{m}{3}}x=0$.

∴ $T=2\pi\sqrt{\frac{M+\frac{m}{3}}{k}}$

2. 单摆中小球质量为$M$，摆线质量为$m$，系统振动周期 $T=2\pi\sqrt{\frac{M+\frac{m}{3}}{M+\frac{m}{2}}\frac{l}{g}}$

证明：




动能 $E_{K_1}=\frac{1}{2}\int_0^{l}\frac{dx}{l}m\left(\frac{x}{l}v\right)^2=\frac{1}{6}mv^2=\frac{1}{6}ml^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$.

$E_{K_2}=\frac{1}{2}Ml^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

势能 $E_{P_1}=mgl\left[\frac{1}{2}(1-\cos\theta)+\frac{1}{2}\right]\approx\frac{1}{2}mgl\cdot\left(\frac{1}{2}\theta^2+1\right)$.

$E_{P_2}=Mgl(1-\cos\theta)\approx\frac{1}{2}Mgl\theta^2$（以最低点所在水平面为零势面）

∴ $E=\frac{l^2}{2}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\left(M+\frac{m}{3}\right)+\left(M+\frac{m}{2}\right)g\frac{l}{2}\theta^2+\frac{1}{2}mgl$.

∴ $\frac{dE}{dt}=\left(M+\frac{m}{3}\right)l^2\cdot\frac{d\theta}{dt}\frac{d^2\theta}{dt^2}+\left(M+\frac{m}{2}\right)gl\theta\cdot\frac{d\theta}{dt}=0$.

∴ $\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{M+\frac{m}{2}}{M+\frac{m}{3}}\frac{g}{l}\theta=0$.

∴ $T=2\pi\sqrt{\frac{M+\frac{m}{3}}{M+\frac{m}{2}}\frac{l}{g}}$

No.

Date

# 专题：电子与光子的相互作用.

1. 光子使电子能级跃迁（束缚原子）

$$h\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{j^2}-\frac{1}{i^2}\right).$$

2. 光子使电子能级跃迁（自由原子）

$$h\nu = E_j - E_i + \frac{2P_M\cdot\frac{h\nu}{c}}{2M}\cos\alpha - \frac{\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2}{2M}$$

$$= \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{j^2}-\frac{1}{i^2}\right) + \frac{P_M h\nu}{Mc}\cos\alpha - \frac{(h\nu)^2}{2Mc^2}.$$

3. 光子使电子逸出（光电效应）.

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}.$$

4. 光子使电子散射（静止自由电子无光电效应）

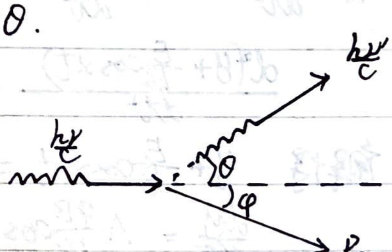
① 假设静止自由电子能吸收一个光子，则满足动量、能量守恒：

$$\begin{cases} \frac{h\nu}{c} = P_e \\ h\nu = E_e = \sqrt{P_e^2c^2 + m_0^2c^4} \end{cases} \Rightarrow \frac{h\nu}{c} = \sqrt{P_e^2 + m_0^2c^2}$$

两式矛盾，故自由的静止的电子不可能产生光电效应.

② 光子与静止自由电子产生康普顿效应.

$$\begin{cases} (mv)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\cdot\frac{h\nu}{c}\cdot\frac{h\nu'}{c}\cos\theta. \\ m_0c^2 + h\nu = mc^2 + h\nu'. \\ m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{cases}$$




$$\therefore \frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{2h}{m_0c^2}\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

$$\therefore \frac{\lambda'}{c} - \frac{\lambda}{c} = \frac{2h}{m_0c^2}\sin^2\frac{\theta}{2}. \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2} = 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

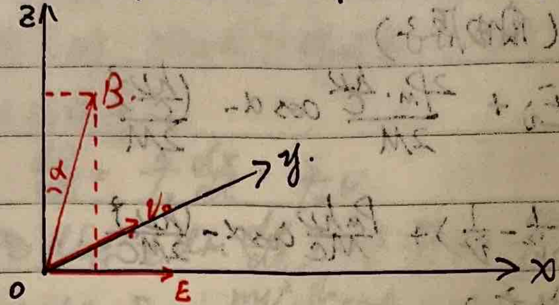
又有 $\begin{cases} \frac{h}{\lambda'}\sin\theta = mv\sin\varphi. \\ \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + mv\cos\varphi. \end{cases}$

$$\therefore tg\varphi = \frac{\sin\theta}{\frac{\lambda'}{\lambda} - \cos\theta} = \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta+\frac{\Delta\lambda}{\lambda}} = \frac{\sin\theta}{2\sin^2\frac{\theta}{2} + 2\frac{\lambda_c}{\lambda}\sin^2\frac{\theta}{2}} = \frac{ctg\frac{\theta}{2}}{1+\lambda_c/\lambda}$$

$$\therefore tg\varphi\, tg\frac{\theta}{2} = \frac{1}{1+\lambda_c/\lambda} = \frac{1}{1+h/m_0c\lambda}.$$

专题：带电粒子在特殊电磁场的运动——一类微分方程的求解.

在空间中建立如图所示的坐标系，匀强电场沿x轴正方向，大小为E；匀强磁场方向与z轴正方向夹角为α，大小为B，一质量为m，带q(q>0)电荷的粒子以沿y轴正方向的初速度$v_0$开始运动，求出其运动学方程.




列出动力学方程：

$$\begin{cases} ma_x = qE + qv_yB_z & ① \\ ma_y = -qv_xB_z + qv_zB_x & ② \\ ma_z = -qv_yB_x & ③ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mv_x = qEt + qyB_z & ④ \\ m(v_y - v_0) = -qxB_z + qzB_x & ⑤ \\ mv_z = -qyB_x & ⑥ \end{cases}$$

由④式解出$v_x$，⑥式解出$v_z$，分别代入②式，得：

$$ma_y = -qB_z\left(\frac{qE}{m}\cdot t + \frac{qB_z}{m}\cdot y\right) - \frac{q^2B_x^2}{m}\cdot y$$

$$= -\frac{q^2EB_z}{m}\cdot t - \frac{q^2B^2}{m}\cdot y.$$

移项得 $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{q^2EB_z}{m^2}\cdot t + \frac{q^2B^2}{m^2}\cdot y = 0 \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{q^2B^2}{m^2}\left(\frac{E}{B}\cdot\frac{B_z}{B}\cdot t + y\right) = 0.$

由 $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2(y + \frac{E}{B}\cos\alpha\cdot t)}{dt^2}$，$\frac{B_z}{B} = \cos\alpha$，得

$$\frac{d^2(y + \frac{E}{B}\cos\alpha t)}{dt^2} + \frac{q^2B^2}{m^2}\left(y + \frac{E}{B}\cos\alpha t\right) = 0. \quad ⑦$$

解得 $y + \frac{E}{B}\cos\alpha\cdot t = A\sin\left(\frac{qB}{m}\cdot t + \theta\right).$ $t=0$时，$y=0$

$\frac{dy}{dt} = A\cdot\frac{qB}{m}\cos\left(\frac{qB}{m}t + \theta\right) - \frac{E}{B}\cos\alpha$ $t=0$时，$\frac{dy}{dt} = v_0$

$$\therefore \begin{cases} A\sin\theta = 0 & ⑧ \\ v_0 = \frac{qB}{m}\cdot A\cos\theta - \frac{E}{B}\cos\alpha & ⑨ \end{cases}$$

由⑧⑨式解得

$$\begin{cases} \theta = 0 \\ A = \dfrac{v_0 + \frac{E}{B}\cos\alpha}{\frac{qB}{m}} \end{cases}$$

No.
Date

$\therefore\ y = \frac{m}{qB}\left(v_0 + \frac{E}{B}\cos\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{qB}{m}t\right) - \frac{E}{B}\cos\alpha\cdot t$ ⑩

将⑩代入④得

$$m\frac{dx}{dt} = qE\cdot t + qB\cos\alpha\left[\frac{m}{qB}\left(v_0+\frac{E}{B}\cos\alpha\right)\sin\left(\frac{qB}{m}t\right) - \frac{E}{B}\cos\alpha\cdot t\right]$$

$$= qE\cdot t + m\left(v_0\cos\alpha + \frac{E}{B}\cos^2\alpha\right)\sin\left(\frac{qB}{m}t\right) - qE\cos^2\alpha\cdot t$$

$$\therefore\ \frac{dx}{dt} = \left(v_0\cos\alpha + \frac{E}{B}\cos^2\alpha\right)\sin\left(\frac{qB}{m}\cdot t\right) + \frac{qE\sin^2\alpha}{m}\cdot t$$

$$\therefore\ x = \frac{m}{qB}\cdot\left(v_0\cos\alpha + \frac{E}{B}\cos^2\alpha\right)\left[1-\cos\left(\frac{qB}{m}\cdot t\right)\right] + \frac{1}{2}\frac{qE\sin^2\alpha}{m}\cdot t^2$$ ⑪.

将⑩代入⑥得.

$$m\frac{dz}{dt} = -qB\sin\alpha\left[\frac{m}{qB}\left(v_0+\frac{E}{B}\cos\alpha\right)\sin\left(\frac{qB}{m}t\right) - \frac{E}{B}\cos\alpha\cdot t\right]$$

$$= -m\left(v_0\sin\alpha + \frac{E}{B}\sin\alpha\cos\alpha\right)\sin\left(\frac{qB}{m}\cdot t\right) + qE\sin\alpha\cos\alpha\cdot t$$

$$\therefore\ \frac{dz}{dt} = -\left(v_0\sin\alpha + \frac{E}{B}\sin\alpha\cos\alpha\right)\sin\left(\frac{qB}{m}\cdot t\right) + \frac{qE\sin\alpha\cos\alpha}{m}\cdot t$$

$$\therefore\ z = -\frac{m}{qB}\left(v_0\sin\alpha + \frac{E\sin2\alpha}{2B}\right)\left[1-\cos\left(\frac{qB}{m}\cdot t\right)\right] + \frac{qE\sin2\alpha}{4m}\cdot t^2$$ ⑫

No.

Date

专题：两体反应中的阈能.

1. 模型： $A_1 + A_2 \to A_3 + A_4 + A_5 \cdots$

在L系中：$A_1$为高能粒子，动量为$P_1$，能量为$E_1 = m_1c^2$.

$A_2$为靶粒子，动量为0，能量为$E_2 = m_{20}c^2$.

在动心系中：令动心系与L系的相对速度为$V$，$\beta = \frac{V}{c}$，$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

定义四维动量$P = m_0 u$，$u$为四维速度，大小等于$\gamma v$.

定义三维动量$p = mv$，由于$m = \gamma m_0$，$v = \frac{u}{\gamma}$，故四维动量的空间分量与三维动量相当，由洛仑兹变换：

$$\begin{cases} P_1' = \gamma_0(P_1 - \beta m_1 c) \\ P_2' = \gamma_0(P_2 - \beta m_2 c) \end{cases}$$

$\because P_2 = 0$，$m_2 = m_{20}$ $\therefore P_2' = -\gamma_0 \beta m_{20} c$.

2. 过程：在阈能反应中，高能粒子在L系中的能量存在一个阈值，使反应刚好能够发生，此时碰后生成的粒子的总能量最小。

令$P_3$、$P_4$、$P_5 \cdots$为生成的粒子在L系中的动量，设$P_i < P_{i+1}$ $(i \geq 3)$

若将$P_i$增加$\Delta p$而将$P_{i+1}$减少$\Delta p$ $(\Delta p < P_{i+1} - P_i)$，总动量不变，

而总能量变化 $c^2[(P_i+\Delta p)^2 - P_i^2] - c^2[P_{i+1}^2 - (P_{i+1} - \Delta p)^2]$

$$= c^2[2\Delta p(P_i - P_{i+1} + \Delta p)] < 0.$$

$\therefore P_i \neq P_{i+1}$时对应的总能量不是最小值，$\therefore$ L系中所有生成物的动量必相等，即$P_3 = P_4 = P_5 = \cdots$

令$P_3'$、$P_4'$、$P_5' \cdots$为生成粒子在动心系中的动量

由$P_i' = \gamma_0(P_i - \beta m_i c)$，$\sum_{i=3} P_i' = 0$.

$\therefore \sum_{i=3} P_i - \beta c \sum_{i=3} m_i = 0$

又$\because \sum_{i=3} P_i = P_1 + P_2 = P_1$，$\sum_{i=3} m_i c^2 = m_1 c^2 + m_{20} c^2$

$\therefore P_1 = \beta c \cdot (m_1 + m_{20})$.

$P_i = \frac{1}{n} P_1 = \frac{\beta c}{n}(m_1 + m_{20})$.

$E_i^2 = m_{i0}^2 c^4 + P_i^2 c^2 = m_{i0}^2 c^4 + (\frac{\beta c^2}{n})^2 (m_1 + m_{20})^2$.

No.

Date

由能量守恒 $m_1c^2+m_{20}c^2=\sum_{i=3} m_ic^2$ ①

由能量动量关系 $(m_1c^2)^2=P_1^2c^2+m_{10}^2c^4$. ②

$(m_ic^2)^2=P_i^2c^2+m_{i0}^2c^4=\left(\frac{P_1}{n}\right)^2c^2+m_{i0}^2c^4$. ③代入上式,得.

$(m_1c^2)^2=n^2[(m_ic^2)^2-(m_{i0}c^2)^2]+m_{10}^2c^4$.

$\therefore\ n m_ic^2=\sqrt{(m_1c^2)^2-(m_{10}c^2)^2+(n m_{i0}c^2)^2}=\sum_{i=3} m_ic^2$ 代入①式得:

$(m_1c^2+m_{20}c^2)^2=(m_1c^2)^2-(m_{10}c^2)^2+\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2$

解得: $E_1=m_1c^2=\dfrac{\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2-[(m_{10}c^2)^2+(m_{20}c^2)^2]}{2m_{20}c^2}$.

3. 实质:

由四维动量变换式最后一项 $P_t'=\dfrac{P_t-i\beta P_x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\gamma_0(P_t-i\beta P_x)$

$P_t=im_0c\gamma$, $P_t'=im_0c\gamma'$ 得:

$E'=\gamma_0(E-\beta cP_x)$.

设 $E_1$、$E_2$分别为L系中 $A_1$ $A_2$的能量, $E_1'$、$E_2'$分别为动心系中 $A_1$ $A_2$的能量.

$\therefore\begin{cases}E_1'=\gamma_0(E_1-\beta cP_1)\\ E_2'=\gamma_0(m_{20}c^2-\beta c\cdot P_2)=\gamma_0 m_{20}c^2.\end{cases}$

$\therefore$ 动心系中总能量 $E'=E_1'+E_2'=\gamma_0(E_1-\beta cP_1+m_{20}c^2)$

由第①式得 $\beta=\dfrac{P_1}{m_1c+m_{20}c}$, 代入上式, 有

$E'=\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(E_1-\dfrac{P_1}{m_1c+m_{20}c}\cdot P_1c+m_{20}c^2\right)$

$=\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{(P_1c)^2}{(E_1+m_{20}c^2)^2}}}\left(E_1-\dfrac{(P_1c)^2}{E_1+m_{20}c^2}+m_{20}c^2\right)$

$=\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{E_1^2-m_{10}^2c^4}{(E_1+m_{20}c^2)^2}}}\left(E_1-\dfrac{E_1^2-m_{10}^2c^4}{E_1+m_{20}c^2}+m_{20}c^2\right)$

$=\sqrt{m_{10}^2c^4+m_{20}^2c^4+2E_1m_{20}c^2}$

由于动心系的总能量反应后不变, 而反应后动心系中只剩下生成物的静质能.
(阈能反应的要求), 故 $\sqrt{m_{10}^2c^4+m_{20}^2c^4+2E_1m_{20}c^2}=\sum_{i=3} m_{i0}c^2$

$\therefore E_1=\dfrac{\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2-[(m_{10}c^2)^2+(m_{20}c^2)^2]}{2m_{20}c^2}$.

4. Q值与阈动能.

粒子衰变或粒子反应中，过程前后粒子总动能之差为过程的Q值.

即 $Q = E_{kt} - E_{k0}$

$$= \left(\sum_{后} m_i c^2 - \sum_{后} m_{i0} c^2\right) - \left(\sum_{前} m_j c^2 - \sum_{前} m_{j0} c^2\right)$$

$$= \left(\sum_{前} m_{j0} - \sum_{后} m_{i0}\right) c^2.$$

等于反应前后总静质能之差. 对于阈能反应:

$$E_{k1} = E_1 - m_{10} c^2$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=3} m_{i0} c^2\right)^2 - \left[(m_{10}c^2)^2 + (m_{20}c^2)^2 + 2m_{10}m_{20}c^4\right]}{2m_{20}c^2}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=3} m_{i0} c^2\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{2} m_{i0} c^2\right)^2}{2m_{20}c^2}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=3} m_{i0} c^2 + \sum_{i=1}^{2} m_{i0} c^2\right)\left(\sum_{i=3} m_{i0} c^2 - \sum_{i=1}^{2} m_{i0} c^2\right)}{2m_{20}c^2}$$

$$= -Q \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} m_{i0} c^2}{2m_{20}c^2}$$

5. 质心系与动心系

质心系定义: $\sum_i m_i \vec{r}_i = 0$

动心系定义: $\sum_i m_i \vec{v}_i = 0$

∵ $\frac{d}{dt}\left(\sum_i m_i \vec{r}_i\right) \neq \sum_i m_i \vec{v}_i$, ∴质心系与动心系不重合

阈能反应中，动心系中，可具体解出 $P_1'$、$P_2'$、$P_i'$ 及 $E_1'$、$E_2'$、$E_i'$ 的值.

① ∵ $P_1' + P_2' = 0$, 而 $P_2' = -\gamma_0 \beta m_{20} c$, ∴ $P_1' = \gamma_0 \beta m_{20} c$

$$= \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} m_{20} c = \frac{\frac{P_1 c}{E_1 + m_{20}c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{P_1 c}{E_1 + m_{20}c^2}\right)^2}} \cdot m_{20} c = \frac{P_1 c}{\sqrt{(E_1 + m_{20}c^2)^2 - (P_1 c)^2}} \cdot m_{20} c$$

$$= \frac{\sqrt{E_1^2 - m_{10}^2 c^4}}{\sum_{i=3} m_{i0} c^2} \cdot m_{20} c = m_{20} c \, \frac{\sqrt{\frac{\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2 - (m_{10}c^2 + m_{20}c^2)^2}{2m_{20}c^2} \cdot \frac{\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2 - (m_{10}c^2 - m_{20}c^2)^2}{2m_{20}c^2}}}{\sum_{i=3} m_{i0} c^2}$$

$$= \frac{\sqrt{\left[\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2 - (m_{10}c^2 + m_{20}c^2)^2\right]\left[\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2 - (m_{10}c^2 - m_{20}c^2)^2\right]}}{2c \sum_{i=3} m_{i0} c^2}$$ ④

No.

Date

② 而 $P_1 = \sqrt{\dfrac{E_1^2 - m_{10}^2 c^4}{c^2}}$

$$= \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^4 + \left[(m_{10}c^2)^2 + (m_{20}c^2)^2\right]^2 - 2\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2\left[(m_{10}c^2)^2 + (m_{20}c^2)^2\right]}{(2m_{20}c^2)^2} - (m_{10}c^2)^2} \Big/ c$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^4 + (m_{10}c^2)^4 + (m_{20}c^2)^4 - 2\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2 (m_{10}c^2)^2 - 2\left(\sum_{i=3} m_{i0}c^2\right)^2 (m_{20}c^2)^2}}{2c\cdot(m_{20}c^2)} \quad ⑤$$

③ 由四维动量的洛仑兹不变量：

$$P_i^2 + P_t^2 = P_i'^2 + P_t'^2$$

即 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}P_1\right)^2 - (m_i c)^2 = P_i'^2 - (m_{i0}c)^2 = -m_{i0}^2 c^2$

$\because P_i' = 0$. ⑥

$\therefore E_i = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}P_1 c\right)^2 + (m_{i0}c^2)^2}$ ⑦

且 $E_i' = \sqrt{m_{i0}^2 c^4 + P_i'^2 c^2} = m_{i0}c^2$ ⑧

# 专题：中子引力干涉.

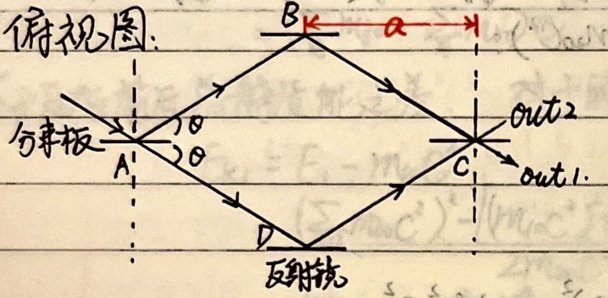
1. 基础：中子波粒二象性：$\psi(\vec{r},t)=Ce^{i(\vec{p}\cdot\vec{r}-E\cdot t)/\hbar}$.

其相位$(\vec{p}\cdot\vec{r}-E\cdot t)/\hbar$在洛伦兹变换下不变。要求$(\vec{p}, iE/c)$构成四维矢量.

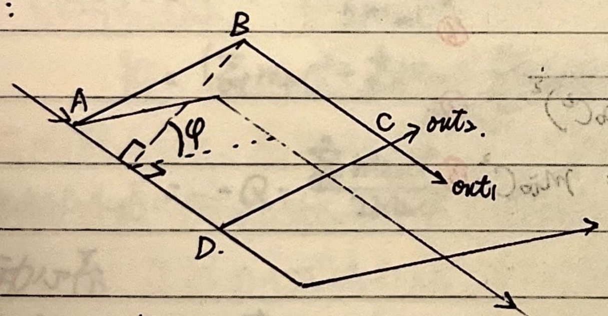
故$E=mc^2$，$p=\frac{h}{\lambda}$.

2. 中子引力干涉仪：

俯视图：




立体图：




中子束由A进入干涉仪，被分束板分为两条，设此时中子的德布罗意波长为$\lambda_0$.
中子在AB和DC段受重力作用而动量变小，故波长变长. 又由于光程 $N_{opt}=\int\frac{ds}{\lambda}$
∴两束中子在AB与DC段光程相同，但在AD与BC段产生光程差.
设两束中子在C点的波长为$\lambda_1$. 由于一束在BC的光程为$\frac{BC}{\lambda_1}$，另一束在AD的光程为$\frac{AD}{\lambda_0}$，故而产生光程差$AD(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_1})$，两束中子在C处发生干涉.

3. 光程差计算：

∵ C点高度 $H=(\frac{a}{\cos\theta})\cdot\sin2\theta\cdot\sin\varphi=2a\sin\theta\sin\varphi$.

∴ $\frac{1}{2M}(\frac{h}{\lambda_0})^2-\frac{1}{2M}(\frac{h}{\lambda_1})^2=MgH=Mg\cdot2a\sin\theta\sin\varphi$. (由于实验用慢中子，故用非相对论P-E关系)

∴ $(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_1})(\frac{1}{\lambda_0}+\frac{1}{\lambda_1})\approx(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_1})\cdot\frac{2}{\lambda_0}=\frac{4M^2ga\sin\theta\sin\varphi}{h^2}$.

∴ $\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_1}=\frac{2M^2ga\sin\theta\sin\varphi\lambda_0}{h^2}$

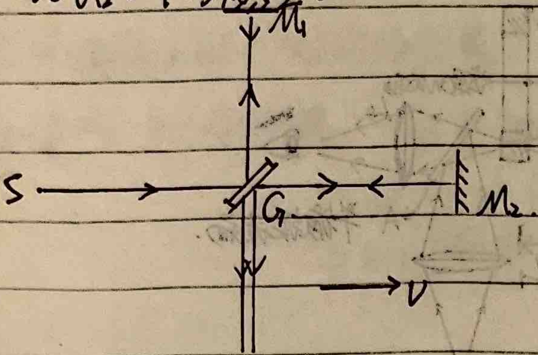
∴ $\Delta N_{opt}=(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_1})\cdot\frac{a}{\cos\theta}=\frac{2M^2ga^2\lambda_0\tan\theta\sin\varphi}{h^2}$

No.

Date

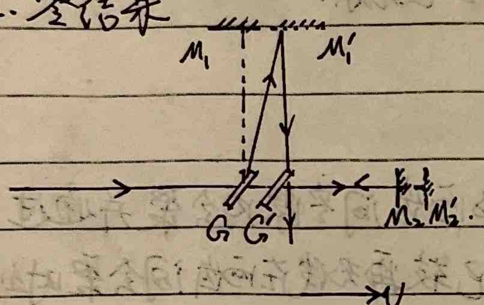
# 专题：迈克尔孙莫雷实验

## 1. 光路，干涉原理：




两相干光在没有"以太风"的条件下，可产生由G引起的等厚干涉条纹.

## 2. 零结果




若存在"以太风"，光在$GM_1$和$GM_2$中由于传播时间不同会产生额外程差，从而导致干涉条纹移动

光在平行于$v$的一臂$GM_2$上往返一次所需时间

$$t_1=\frac{l}{c-v}+\frac{l}{c+v}=\frac{l(c+v+c-v)}{c^2-v^2}=\frac{2l}{c}\frac{1}{1-v^2/c^2}$$

$$\approx\frac{2l}{c}\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)$$

光在垂直于$v$的一臂$GM_1$上行进的实际路线为$GM_1'G'$，设$G\to G'$所用时间$t_2$，有

$$\left(c\cdot\frac{t_2}{2}\right)^2=l^2+\left(v\cdot\frac{t_2}{2}\right)^2.$$

$$\therefore t_2=\frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\approx\frac{2l}{c}\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right).$$

由$t_1$、$t_2$表达式得附加程差 $\delta'=c(t_1-t_2)=l\cdot\frac{v^2}{c^2}$，

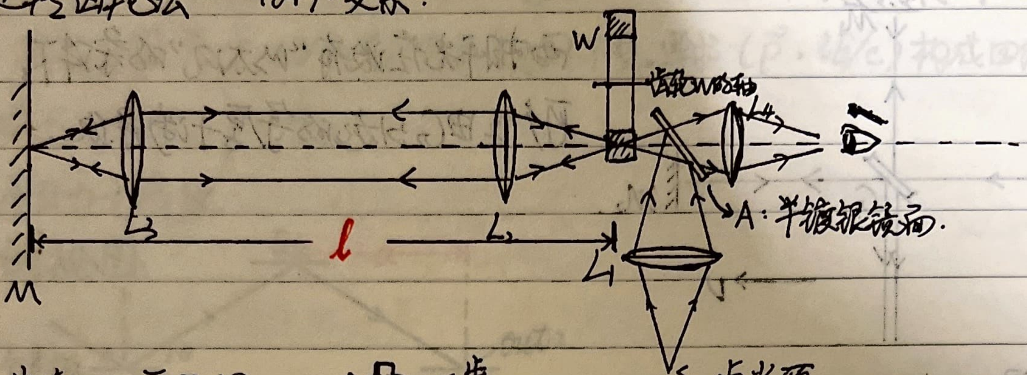
若将整个仪器转过90°，光程差的改变为上式的两倍，为$\frac{2lv^2}{c^2}$，

引起条纹总体移动条数 $x=\frac{2lv^2}{c^2}/\lambda$，

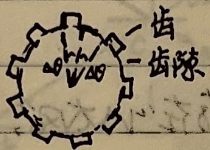
由实验得出：$x=0$，即无"以太风"的存在！

# 专题：实验室测定光速方法

## 1. 旋转齿轮法——1849.斐索.




齿轮W平面图：




点光源发出的光经$L_1$会聚和A反射后在W的两齿间空隙内会聚并通过，经反射与会聚再聚于齿轮处，此时齿轮已较两光线在两齿间会聚时刻转过一角度，若反射回来的光被遮断，观察者将看不到光。

设从M镜反射回来的光第一次消失时齿轮转速为n，一个齿转到一个齿隙所需时间$\Delta t$，齿轮总齿数N.

$\therefore \Delta\theta = \omega\Delta t$

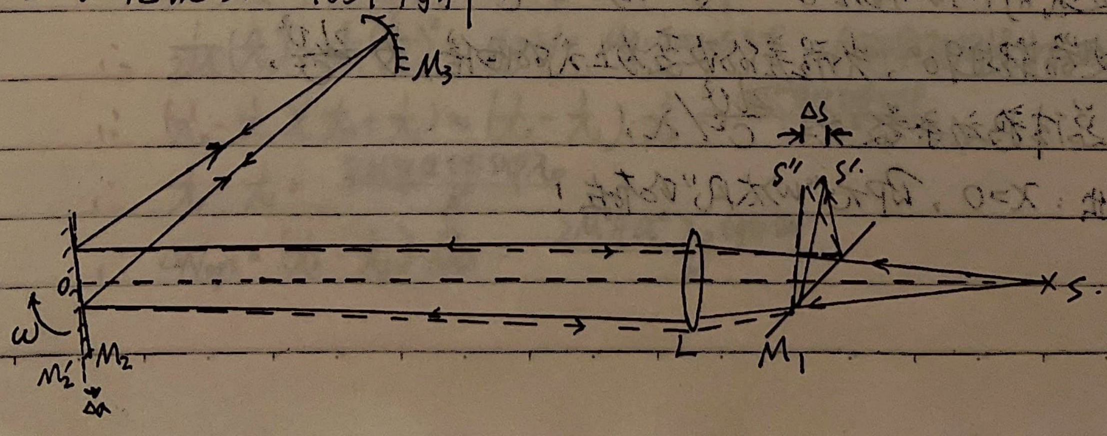
$\frac{2\pi}{2\Delta\theta} = N$

$\omega = 2\pi \cdot n$

解得 $\Delta t = \frac{1}{2nN}$. 又$\because \Delta t = \frac{2l}{c}$ $\therefore \frac{2l}{c} = \frac{1}{2nN}$

$\therefore c = 4nN \cdot l$

## 2. 旋转镜法——1851.傅科



Δt时间内$M_2$转过角度$\Delta\alpha$，反射光将转过$2\Delta\alpha$. $\therefore \Delta S = 2\Delta\alpha\cdot l$,

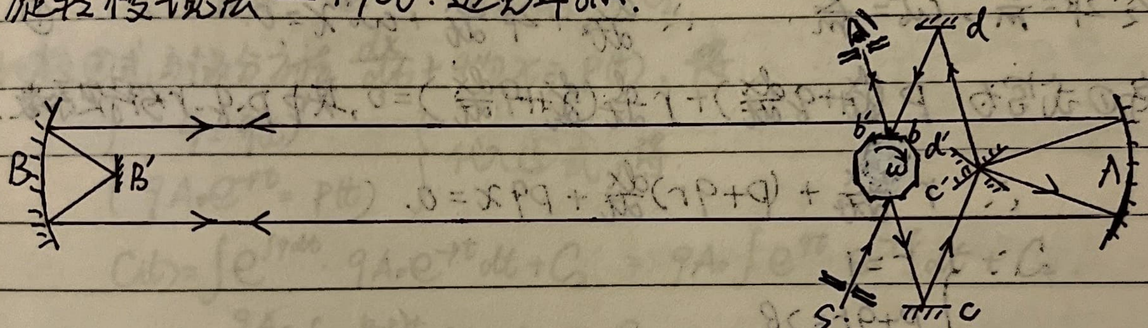
$l$是透镜L到S(或S')的距离. 其时，光在$M_2M_3$间已往返一次，$\therefore \Delta t = \frac{2l_0}{c}$

$l_0$是$M_2M_3$间距离. 又$\because \Delta\alpha = \omega\Delta t$

$$\therefore \Delta S = 2\Delta\alpha\cdot l = 2\omega l\Delta t = \frac{4\omega l l_0}{c}$$

$$\therefore c = \frac{4\omega l l_0}{\Delta S}$$

3. 旋转棱镜法——1926. 迈克耳孙.



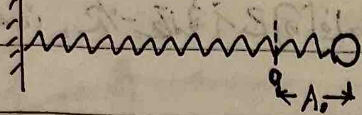

设AB间距离$l$. 易得 $b\to b'$: $\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega}$, 而 $\frac{2l}{\Delta t} = c$ $\therefore c = \frac{2\omega l}{\Delta\theta}$, 其中$\Delta\theta = \frac{2\pi}{8}$.

No.

Date

# 专题：阻尼振动，受迫振动，共振。

## ——一类微分方程的求解。




1. 阻尼振动：

回复力 $\vec{F}=-k\vec{x}$，阻力 $\vec{F}'=-\gamma\vec{v}=-\gamma\frac{d\vec{x}}{dt}$。

∴ $m\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}+k\vec{x}+\gamma\frac{d\vec{x}}{dt}=0$

令 $2\beta=\frac{\gamma}{m}$，$\omega_0^2=\frac{k}{m}$。 ∴ $\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0$. ①

将①式写为 $p\left(\frac{dx}{dt}+qx\right)+r\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}+qx\right)=0$，其中p、q、r为待定系数.

∴ $r\frac{d^2x}{dt^2}+(p+qr)\frac{dx}{dt}+pqx=0$.

∴ $\begin{cases} r=1 \\ p+qr=2\beta \\ pq=\omega_0^2 \end{cases}$

∴ $p+\frac{\omega_0^2}{p}=2\beta \Rightarrow p^2-2\beta p+\omega_0^2=0$ ∴ $p=\frac{2\beta\pm\sqrt{4\beta^2-4\omega_0^2}}{2}=\beta\pm\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}$

∴ $q=2\beta-p=2\beta-(\beta\pm\sqrt{\beta^2-\omega_0^2})=\beta\mp\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}$.

∴ $\begin{cases} r=1 \\ p=\beta\pm\sqrt{\beta^2-\omega_0^2} \\ q=\beta\mp\sqrt{\beta^2-\omega_0^2} \end{cases}$ ②

∴有 $\frac{d\left(\frac{dx}{dt}+qx\right)}{\frac{dx}{dt}+qx}=-p\,dt$. 又∵ $t=0$时 $\frac{dx}{dt}=0$，$x=A_0$.

∴ $\ln\frac{\frac{dx}{dt}+qx}{qA_0}=-pt$ ∴ $\frac{dx}{dt}+qx=qA_0e^{-pt}$. ③

对于方程 $\frac{dx}{dt}+q(t)\cdot x=p(t)$，有.

$\frac{dx}{x}+q(t)dt=\frac{p(t)dt}{x}$.

∴ $\ln x+\int q(t)dt=\int\frac{p(t)dt}{x}+C_1$.

$x=e^{\int -q(t)dt+\int\frac{p(t)dt}{x}+C_1}=e^{\int\frac{p(t)dt}{x}+C_1}\cdot e^{\int -q(t)dt}$.

No.
Date

由于$x$是$t$的函数，所以前式可表示为 $x=C(t)e^{\int -q(t)dt}$。 ④

其中 $C(t)=e^{\int \frac{p(t)}{x}dt+C_1}$。将④式代入原微分方程 $\frac{dx}{dt}+q(t)x=p(t)$，得

$$\frac{dC(t)}{dt}\cdot e^{\int -q(t)dt}+C(t)\cdot\frac{d(e^{\int -q(t)dt})}{dt}+q(t)C(t)e^{\int -q(t)dt}=p(t)$$

$\because C(t)\frac{de^{\int -q(t)dt}}{dt}=-q(t)C(t)e^{\int -q(t)dt}$

$\therefore$ 原式变为 $\frac{dC(t)}{dt}\cdot e^{\int -q(t)dt}=p(t)$

$\therefore C(t)=\int e^{\int q(t)dt}\cdot p(t)dt+C_2$. ⑤

比较③式与微分方程 $\frac{dx}{dt}+q(t)x=p(t)$，得

$$\left\{\begin{array}{l} q=q(t) \\ qA_0e^{-pt}=p(t)\end{array}\right\}$$ 代入⑤式，得

$$C(t)=\int e^{\int q dt}\cdot qA_0e^{-pt}dt+C_2=qA_0\int e^{qt}\cdot e^{-pt}dt+C_2$$
$$=\frac{qA_0}{q-p}\int e^{(q-p)t}d(q-p)t+C_2$$
$$=\frac{qA_0}{q-p}(e^{(q-p)t}+C_3)+C_2=\frac{qA_0}{q-p}\cdot e^{(q-p)t}+C_4$$ ⑥.

综合③、④、⑥式，得

$$x=e^{-qt}\cdot\left[\frac{qA_0}{q-p}\cdot e^{(q-p)t}+C_4\right]$$
$$=\frac{qA_0}{q-p}e^{-pt}+C_4e^{-qt}.$$

代入初始条件，有 $A_0=\frac{qA_0}{q-p}+C_4$，$\therefore C_4=\frac{-pA_0}{q-p}$.

$\therefore x=\frac{qA_0}{q-p}e^{-pt}+\frac{-pA_0}{q-p}\cdot e^{-qt}$. ⑦.

将②代入⑦，得

$$x=\frac{\beta\mp\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}}{\mp2\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}}A_0e^{(-\beta\mp\sqrt{\beta^2-\omega_0^2})t}+\frac{-\beta\mp\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}}{\mp2\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}}A_0e^{(-\beta\pm\sqrt{\beta^2-\omega_0^2})t}$$ ⑧.

1). 若 $\beta^2-\omega_0^2<0$.

则 $\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}\cdot i=\omega_r i$.

$$\therefore x=\frac{A_0}{2}e^{-\beta t}\left(\frac{\beta\mp i\omega_r}{\mp i\omega_r}e^{\mp i\omega_r t}+\frac{-\beta\mp i\omega_r}{\mp i\omega_r}\cdot e^{\pm i\omega_r t}\right)$$
$$=\frac{A_0}{2}\cdot e^{-\beta t}\left(\frac{\omega_r\pm i\beta}{\omega_r}\cdot e^{\mp i\omega_r t}+\frac{\omega_r\mp i\beta}{\omega_r}\cdot e^{\pm i\omega_r t}\right)$$

No.

Date

由于 $\frac{\omega_r \pm i\beta}{\omega_r} = 1 \pm i\frac{\beta}{\omega_r} = A(\cos\theta \pm i\sin\theta)$.

$\therefore \begin{cases} A\cos\theta = 1 \\ A\sin\theta = \frac{\beta}{\omega_r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} tg\theta = \frac{\beta}{\omega_r} \\ A = \frac{\sqrt{\beta^2+\omega_r^2}}{\omega_r} \end{cases}$

$\therefore \frac{\omega_r \pm i\beta}{\omega_r} = \frac{\sqrt{\beta^2+\omega_r^2}}{\omega_r}(\cos\theta \pm i\sin\theta) = \frac{\sqrt{\beta^2+\omega_r^2}}{\omega_r} e^{\pm i\, arctg\frac{\beta}{\omega_r}}$. ⑨

将⑨代回 $x(t)$，得

$x = \frac{A_0}{2} e^{-\beta t} \cdot \frac{\sqrt{\beta^2+\omega_r^2}}{\omega_r}\left(e^{\mp i\omega_r t \pm i\, arctg\frac{\beta}{\omega_r}} + e^{\pm i\omega_r t \mp i\, arctg\frac{\beta}{\omega_r}}\right)$

$= \frac{A_0}{2} e^{-\beta t}\frac{\sqrt{\beta^2+\omega_r^2}}{\omega_r}\left[e^{\mp i(\omega_r t - arctg\frac{\beta}{\omega_r})} + e^{\pm i(\omega_r t - arctg\frac{\beta}{\omega_r})}\right]$

$= \frac{A_0}{2} e^{-\beta t}\frac{\sqrt{\beta^2+\omega_r^2}}{\omega_r}\left[\cos(\omega_r t - arctg\frac{\beta}{\omega_r}) \mp i\sin(\omega_r t - arctg\frac{\beta}{\omega_r}) + \cos(\omega_r t - arctg\frac{\beta}{\omega_r}) \pm i\sin(\omega_r t - arctg\frac{\beta}{\omega_r})\right]$

$= A_0 e^{-\beta t}\frac{\sqrt{\beta^2+\omega_r^2}}{\omega_r}\cos(\omega_r t - arctg\frac{\beta}{\omega_r})$. ⑩

2) 若 $\beta^2 - \omega_0^2 > 0$.

由⑧式得 $x = \frac{\beta \mp \beta_r}{\mp 2\beta_r} A_0 \cdot e^{(\beta \mp \beta_r)t} + \frac{-\beta \mp \beta_r}{\mp 2\beta_r} \cdot A_0 e^{(\beta \pm \beta_r)t}$

$= \frac{\beta_r \mp \beta}{2\beta_r} A_0 e^{(-\beta \mp \beta_r)t} + \frac{\beta_r \pm \beta}{2\beta_r} A_0 e^{(-\beta \pm \beta_r)t}$ ⑪

其中 $\beta_r = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$.

3) 若 $\beta^2 - \omega_0^2 = 0$

由③式得 $\frac{dx}{dt} + \beta x = \beta A_0 e^{-\beta t}$.

$\therefore x = e^{\int -\beta dt}\left(\beta A_0 \int e^{\beta t} \cdot e^{-\beta t} dt + C_5\right)$

$= e^{-\beta t}(\beta A_0 t + C_5)$

将 $t=0$, $x = A_0$ 代入，得 $C_5 = A_0$.

$\therefore x = A_0(1+\beta t)e^{-\beta t}$. ⑫

No.

Date

2. 受迫振动，共振.

回复力 $\vec{F}=-k\vec{x}$，阻力 $\vec{F}'=-\gamma\vec{v}=-\gamma\frac{d\vec{x}}{dt}$，驱动力 $\vec{F}_{驱}=\vec{F}_0\cos\omega t$.

∴ $m\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}+k\vec{x}+\gamma\frac{d\vec{x}}{dt}=\vec{F}_0\cos\omega t$.

即 $\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=\frac{F_0}{m}\cos\omega t$

由1.中结论得 $p(\frac{dx}{dt}+qx)+r\frac{d}{dt}(\frac{dx}{dt}+qx)=\frac{F_0}{m}\cos\omega t$

其中，$r=1$，$p=\beta\pm\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}$，$q=\beta\mp\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}$.

令 $y=\frac{dx}{dt}+qx$. ∴ $py+\frac{dy}{dt}=\frac{F_0}{m}\cos\omega t$ ⑬

由⑤式得 $y=e^{-pt}(\int e^{\int p\,dt}\frac{F_0}{m}\cos\omega t\,dt+C_6)$，($q(t)=p$，$p(t)=\frac{F_0}{m}\cos\omega t$)

$=e^{-pt}(\int\frac{F_0}{m}e^{pt}\cos(\omega t)dt+C_6)$.

$=e^{-pt}[\frac{F_0}{2m}\int e^{pt}(e^{i\omega t}+e^{-i\omega t})dt+C_6]$

$=e^{-pt}\{\frac{F_0}{2m}[\frac{1}{p+i\omega}e^{(p+i\omega)t}+\frac{1}{p-i\omega}e^{(p-i\omega)t}]+C_7\}$

$=\frac{F_0}{2m}\frac{e^{i\omega t}}{p+i\omega}+\frac{F_0}{2m}\cdot\frac{e^{-i\omega t}}{p-i\omega}+C_7e^{-pt}$.

$=\frac{F_0}{2m}\frac{e^{i\omega t}}{\sqrt{p^2+\omega^2}\cdot e^{i\,\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p}}}+\frac{F_0}{2m}\frac{e^{-i\omega t}}{\sqrt{p^2+\omega^2}\,e^{-i\,\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p}}}+C_7\cdot e^{-pt}$.

$=\frac{F_0}{2m\sqrt{p^2+\omega^2}}[e^{i(\omega t-\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p})}+e^{-i(\omega t-\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p})}]+C_7\cdot e^{-pt}$

$=\frac{F_0}{2m\sqrt{p^2+\omega^2}}\cdot 2\cos(\omega t-\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p})+C_7\cdot e^{-pt}$

$=\frac{F_0}{m\sqrt{p^2+\omega^2}}\cos(\omega t-\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p})+C_7\cdot e^{-pt}$. ⑭

∵ $y(t)=\frac{dx}{dt}+qx$.

∴ $x=e^{\int -q\,dt}[\int e^{\int q\,dt}y(t)dt+C_8]$

$=e^{-qt}[\int(e^{qt}\frac{F_0}{2m\sqrt{p^2+\omega^2}}e^{i\omega t-i\,\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p}}+e^{qt}\frac{F_0}{2m\sqrt{p^2+\omega^2}}e^{-i\omega t+i\,\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p}})dt$

$+\int C_7e^{qt}e^{-pt}dt+C_8]$

$=\frac{F_0}{2m\sqrt{(p^2+\omega^2)(q^2+\omega^2)}}2\cos(\omega t-\mathrm{arctg}\frac{\omega}{p}-\mathrm{arctg}\frac{\omega}{q})+e^{-pt}\frac{C_7}{q-p}+C_9e^{-qt}$.

$=\frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}\cos(\omega t-\mathrm{arctg}\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2})+$ ⑧式 (由初始条件可得)

⑮

No.

Date

1) 位移共振：

由于振幅 $A=\dfrac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}$

$\therefore \dfrac{dA}{d\omega}=\dfrac{F_0}{m}\left(-\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{2(\omega_0^2-\omega^2)\cdot(-2\omega)+4\beta^2\cdot 2\omega}{\sqrt{[(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2]^3}}$ 令之为0，得

$\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$.

$\therefore A_{max}=\dfrac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}$

2) 速度共振：

对⑬式求导：$v=\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{\omega F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}\sin(\omega t-\arctan\dfrac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2})+\dfrac{d⑧}{dt}$.

$\therefore$ 振幅 $V=\dfrac{\omega F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}$

$\therefore \dfrac{dV}{d\omega}=\dfrac{dA}{d\omega}\cdot\omega+\dfrac{d\omega}{d\omega}\cdot A=\dfrac{F_0}{m}\dfrac{-4\beta^2\omega^2+2(\omega_0^2-\omega^2)\omega^2}{\sqrt{[(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2]^3}}+\dfrac{F_0}{m}\dfrac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}$

令之为0，得 $-2(\omega_0^2-\omega^2)\omega^2+4\beta^2\omega^2=(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2$，解得

$\omega=\omega_0$.

$\therefore V_{max}=\dfrac{F_0}{2m\beta}$.

## 专题：实验误差理论

1. 测量结果的表示、

$$Y = N \pm \Delta N.$$

包括：数值、单位、不确定度 $\Delta N$.

2. 测量结果的含义：

测量结果是一个范围 $[N-\Delta N,\ N+\Delta N]$，真实值以一定概率落在此范围内.

{ 极限不确定度：$e$，置信概率为100%.
标准不确定度：$\sigma$，对正态分布 $e=3\sigma$；对均匀分布 $e=\sqrt{3}\sigma$，可看出置信概率非100%.

3. 不确定度的计算

{ 直接测量 { 多次测量：$Y = \overline{N} \pm \sigma_{\overline{N}}$

其中 $\begin{cases} \overline{N} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i \\ \sigma_{\overline{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i-\overline{N})^2}{n(n-1)}} \end{cases}$

一次测量：$Y = N \pm e$.

间接测量：若间接测量量 $N$ 为互相独立的直接测量量 $x_1$、$x_2$ …的函数

$N = f(x_1, x_2, \cdots)$，由于 $x_1$、$x_2$ …有误差，$N$ 也必有误差，故需要

合成各误差：

| 函数表达式 | $\sigma$ | $e$ |
|---|---|---|
| $N=x\pm y$ | $\sigma_N=\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}$ | $e_N = e_x + e_y$ |
| $N=xy$ 或 $\frac{x}{y}$ | $\sigma_N=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}\cdot\lvert N\rvert$ | $e_N=\left(\frac{e_x}{\lvert x\rvert}+\frac{e_y}{\lvert y\rvert}\right)\lvert N\rvert$. |
| $N=kx$ | $\sigma_N=\lvert k\rvert\sigma_x$ | $e_N=\lvert k\rvert e_x$ |
| $N=x^k$ | $\sigma_N=\lvert k\rvert\frac{\sigma_x}{\lvert x\rvert}\cdot\lvert N\rvert$. | $e_N=\lvert k\rvert\frac{e_x}{\lvert x\rvert}\cdot\lvert N\rvert$. |

(其中 $x$，$y$ 为直接测量量，是不包括不确定度的测量值)

$\therefore Y = N \pm \sigma$ 或 $e$. $\sigma$ 为严格的，$e$ 为不严格的 ~~不确定度~~

合成不确定度.

No

Date

# 专题：光速与声速；光与声的多普勒效应．

## 1. 光速：

$$C=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}，\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0，\mu=\mu_r\mu_0．\quad 且\ \lambda\cdot\nu=\frac{c}{n}．$$

声速：

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$$，μ是空气平均摩尔质量．

## 2. 多普勒效应

### ① 光多普勒效应．

在迈克尔逊莫雷实验中干涉条纹没有移动，说明从S系到S'系（惯性系）光波的相位没变化，$A(x,y,z,t)=A_0e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$，即

$$\vec{k'}\cdot\vec{r'}-\omega't'=\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t$$

∵ $k=\frac{2\pi}{\lambda}$，$\omega=2\pi\nu$，故k的四维分量 $k_x\ k_y\ k_z$，$\frac{\omega}{c}$ 服从洛仑兹变换，

即有 $\frac{\omega}{c}=\gamma(-\beta k_x'+\frac{\omega'}{c})$．

∵ $k_x'=\frac{2\pi}{\lambda}\cos\theta=\frac{2\pi\nu'}{c}\cos\theta$，$\omega'=2\pi\nu'$．

∴ $\frac{2\pi\nu}{c}=\gamma(-\beta\frac{2\pi\nu'}{c}\cos\theta+\frac{2\pi\nu'}{c})$……

解得 $\nu'=\frac{\nu}{\gamma(1-\beta\cos\theta)}=\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta\cos\theta}\cdot\nu$．$\beta=\frac{v}{c}$，v为光源与观察者相对速度

### ② 声多普勒效应．

若波源相对介质以 $v_s$ 运动，则波速相对介质不变，波长变化．

$$\nu_s=\frac{v}{\lambda-\frac{v_s\cos\alpha}{\nu}}=\frac{v}{\frac{v-v_s\cos\alpha}{\nu}}=\frac{v}{v-v_s\cos\alpha}\cdot\nu$$

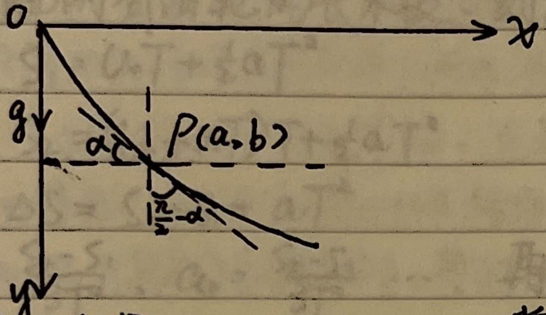
若观察者相对介质以 $v_R$ 运动，则波速相对观察者会变，而波长不变．

$$\nu_R=\frac{v+v_R\cos\beta}{\lambda}=\frac{v+v_R\cos\beta}{v/\nu}=\frac{v+v_R\cos\beta}{v}\cdot\nu$$

综上，$\nu'=\frac{v+v_R\cos\beta}{v-v_s\cos\alpha}\cdot\nu$．

# 专题：最快速降线问题

问题：在均匀重力场g中，在竖直平面建立水平向右的x轴和竖直向下的y轴，在此平面内任取P点，其坐标为$x_P=a>0$，$y_P=b>0$。试找出一条从坐标原点O到P的光滑曲线轨道，使质点从O静止出发无摩擦地沿此轨道滑到P，所需时间最短？




$n_y \sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=$常量。 $\therefore n_y\cos\alpha=$常量。

对在y处的光速$v_y$，有$v_y=\frac{c}{n_y}$，$\therefore \frac{\cos\alpha}{v_y}=$常量。

类比到质点的速度，有$v_y=\sqrt{2gy}$，$\therefore \frac{\cos\alpha}{\sqrt{y}}=$常量。

又$\because \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}}$，$\therefore y[1+(\frac{dy}{dx})^2]=$常量$\Rightarrow A$

又令$y=A\sin^2\beta$。

$\therefore 1+(\frac{dy}{dx})^2=\frac{1}{\sin^2\beta}$ $\therefore (\frac{dy}{dx})^2=\frac{1}{\sin^2\beta}-1=\cot^2\beta$ $\therefore \frac{dy}{dx}=\cot\beta$.

另一方面 $\frac{dy}{dx}=2A\sin\beta\cdot\cos\beta\frac{d\beta}{dx}$ 综合前两式，有

$$dx=2A\sin^2\beta d\beta$$

$\because x=0$处，$y=0$，故相应的$\beta=0$，对上式积分，得

$$x=\frac{A}{2}(2\beta-\sin2\beta).$$

而$y=\frac{A}{2}(1-\cos2\beta)$. 令$R=\frac{A}{2}$，$\phi=2\beta$

$$\therefore \begin{cases} a=R(\varphi_P-\sin\varphi_P) \\ b=R(1-\cos\varphi_P). \end{cases}$$

即最快速降线是一条摆线。

No.

Date

后记：老夫聊发少年狂。左牵黄，右擎苍。锦帽貂裘，
千骑卷平冈。为报倾城随太守，亲射虎，看孙郎。
酒酣胸胆尚开张。鬓微霜，又何妨。持节云中，
何日遣冯唐？会挽雕弓如满月，西北望，射天狼。

# 高考实验

## 实验一：研究匀变速直线运动

实验目的：测定匀变速直线运动的加速度

实验器材：打点计时器、纸带、复写纸片、交流电源、小车、细绳、一端附有滑轮的长木板、刻度尺、钩码、两根导线.

实验原理：$S_1=v_0T+\frac{1}{2}aT^2$

$S_2=(v_0+aT)T+\frac{1}{2}aT^2$

$\Delta S=S_2-S_1=aT^2$

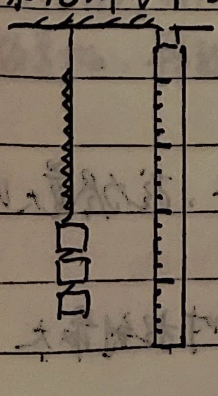
∴ $a_1=\frac{S_4-S_1}{3T^2}$，$a_2=\frac{S_5-S_2}{3T^2}$……，再算出 $a_1$、$a_2$…平均值.

其中 $T=0.02n$ 秒（$n$ 为两个计数点间的间隔数）.

步骤：……

| 记录点 | 位移 s/m | 位移差 Δs/m | 分段加速度 a/(m·s⁻²) | 小车加速度 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S_1$ | | | |
| 2 | $S_2$ | | | |
| 3 | $S_3$ | | | |
| 4 | $S_4$ | $S_4-S_1$ | $\frac{S_4-S_1}{3T^2}=a_1$ | $a=\frac{a_1+a_2+a_3}{3}$ |
| 5 | $S_5$ | $S_5-S_2$ | $\frac{S_5-S_2}{3T^2}=a_2$ | |
| 6 | $S_6$ | $S_6-S_3$ | $\frac{S_1-S_3}{3T^2}=a_3$ | |

## 实验二：探究弹力和弹簧伸长的关系.



No.

Date

## 实验三：验证力的平行四边形定则

实验目的：验证力的平行四边形定则

实验器材：方木板、白纸、弹簧秤两只、三角板、刻度尺、图钉几个、细芯铅笔、橡皮条、细绳套两个

实验原理：一个力F'的作用效果与两个共点力$F_1$和$F_2$的共同作用效果都是把橡皮条拉伸到某点，故F'为$F_1$和$F_2$的合力。

作出$F_1$'的图示，再根据平行四边形定则作出$F_1$和$F_2$的合力F的图示。

比较F'和F是否大小相等、方向相同（误差范围内）。

实验步骤：1) 钉白纸于水平木板

2) 用图钉固定橡皮条于A，另一端拴上两个细绳套

3) 两弹簧秤分别钩住两细绳套，互成角度拉橡皮条至某点O

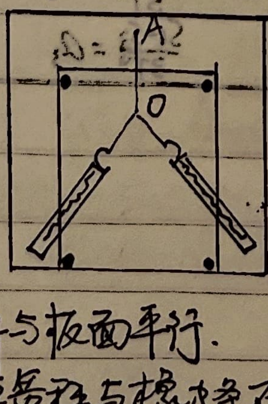
4) 记下读数，笔描下O点位置和两绳套方向

5) 以$F_1$ $F_2$为邻边画出平行四边形，作出其对角线的F的图示

6) 用一只弹簧秤钩住细绳套将橡皮条结点也拉至O，作出F'的图示

7) 比较F'与F的大小和方向

8) 改变$F_1$、$F_2$的大小和夹角，重复实验两次




注意事项：1) 弹簧秤与板面平行

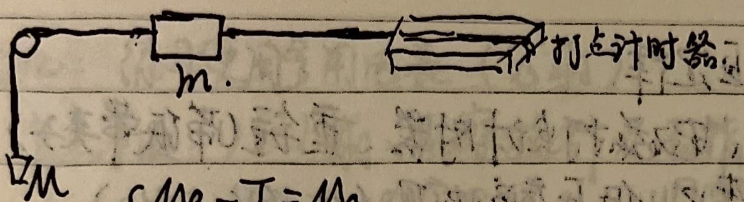
2) 满足弹簧秤与橡皮条不超限度的情况下，拉力尽量大以减小误差

3) 允许误差范围：$\Delta F \le 5\%$ $\Delta\theta \le 7^\circ$

4) $F_1$ $F_2$夹角不要太大；视线正对刻度；同时拉到最大

No.
Date

实验四：验证牛顿运动定律.




$$\begin{cases} Mg - T = Ma \\ T = ma \end{cases}$$

$\therefore a = \frac{M}{M+m} g$

1. 加速度和力的关系：

取 $m \gg M$. 即车质量远大于砂桶 $\therefore a \approx \frac{M}{m} g$

不断改变 M、即 Mg(=外力)不断变化. 由打出的纸带得 a 不断变化.

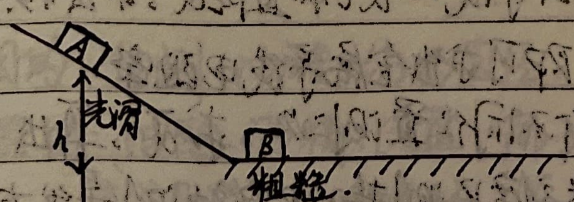
$a \propto F$

2. 加速度和质量的关系：

还是 $a \approx \frac{M}{m} g$、在小车上放砝码，改变 m、由打出的纸带得 a 减小.

作出 $a - \frac{1}{m}$ 图 发现 $a \propto \frac{1}{m}$.

实验五：探究动能定理.




1. 改变 $h_A$，释放 A，观察 B 被推动的距离.

2. 改变 $m_A$，释放 A，观察 B 被推动的距离.

No.

Date

# 实验六：验证机械能守恒定律

实验目的：验证机械能守恒定律.

实验器材：铁架台(带铁夹)、电磁打点计时器、重锤(带纸带夹子)、纸带、复写纸、刻度尺、低压交流电源(4~6V，50Hz)

实验原理：只有重力做功的自由落体运动中，$E_p$与$E_k$会相转化，但总机械能守恒。利用打点计时器上的h及可算出的v，验证下落过程中 $\Delta E_p = mgh$ 与 $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 相等。

实验步骤：$v_n = \frac{h_{n+1}-h_{n-1}}{t}$，$h_n$：直接测量.

$= \frac{h_{n+1}-h_{n-1}}{2T}$　　$= h_n - h_0$.

# 实验七：测定金属的电阻率(同时练习使用螺旋测微器)

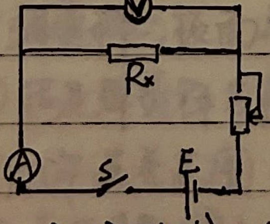
实验目的：练习使用螺旋测微器；学会用伏安法测电阻；测定金属电阻率.

实验原理：根据 $R=\rho\frac{l}{S}$，测出导线的长l和直径d，求出横截面积S，用伏安法测出R，即可求出金属导线电阻率.

实验步骤：1)用螺旋测微器在3个不同位置测三次，求d，算出 $S=\pi(\frac{d}{2})^2$

2)接实验电路，用毫米刻度尺测接入电路被测导线有效长度，测三次求l.

3)改变滑动变阻器滑片位置，记录几组U、I值，求R.




(电流表外接法)

4)代入公式，得 $\rho = \frac{RS}{l} = \frac{\pi d^2 U}{4lI}$.

No.
Date

实验八：测定电源的电动势和内阻（见前）.

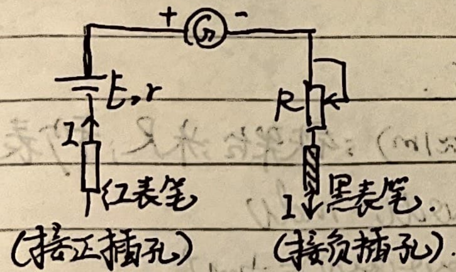
实验九：练习使用多用电表（见前）

注意事项：1）使用前，观察指针是否指电流表零刻度，用螺丝刀调节表中的定位螺丝以调零.

2）测电阻时，待测电阻与别的元件和电源断开，勿用手触表笔金属杆.

3）换用欧姆档的另一量程时，要重新电阻调零.

4）测量完毕后，拔出表笔，开关置“交流电压最高档”或“OFF档”.
长期不用时要取出电池.




实验十：用油膜法估测分子的大小.

实验目的：估测（油酸）分子的直径.

实验器材：油酸、酒精、浅盘、痱子粉（石膏粉）、量筒（一个）、滴管（或注射器）、大玻璃板、笔、坐标纸.

实验原理：油酸分子在水面形成单分子膜，实验中算出一定体积油酸在水面上形成的膜的面积，即可算出油酸分子的大小.

实验步骤：1）配制一定浓度油酸的酒精溶液

2）浅盘中倒水，撒痱子粉于其上.

3）用滴管或注射器向量筒中滴入n滴酒精油酸溶液.
使之体积为1mL，故知用滴管滴的液滴每滴体积$V_0=\frac{1}{n}$mL.

No.

Date

4) 用滴管向水面上滴一滴（$\frac{1}{n}mL$）油酸酒精溶液，油酸即形成单分子膜，酒精渐挥发.

5) 油膜形状稳定后，将一块玻璃板盖在浅盘上，用笔将油膜形状画在玻璃上.

6) 将玻璃放在坐标纸上，算出油膜面积，（不足半个的舍，多于半个的补）S

7) 据开始配制时的油酸酒精溶液的浓度，算出一滴溶液中（$\frac{1}{n}mL$）纯油酸的体积（$\frac{1}{n}mL \times C\, mL/mL$）

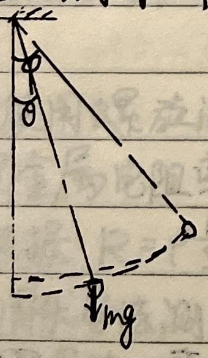
∴ 膜厚 $D=\frac{\frac{n}{c}}{S}$ （数量级 $10^{-10}m$）.

实验十一：探究单摆的运动、用单摆测定重力加速度.

实验目的：用单摆测定当地的重力加速度.

实验器材：带叉小钢球一个；线绳一条（≈1m）；铁架台；米尺；秒表；游标卡尺.

实验原理：




$$\begin{cases} mg\sin\theta\, dt = m\,dv \\ mgL(\cos\theta-\cos\varphi)=\frac{1}{2}mv^2 \end{cases}$$

∴ $v=\sqrt{2gL(\cos\theta-\cos\varphi)}$

∴ $dt=\frac{dv}{g\sin\theta}=\frac{\frac{1}{2}\,2gL(-\sin\theta\, d\theta)}{g\sin\theta\sqrt{2gL(\cos\theta-\cos\varphi)}}=\frac{L\,d\theta}{\sqrt{2gL(\cos\theta-\cos\varphi)}}$

又∵ $\cos\theta\approx1-\frac{1}{2}\theta^2$，$\cos\varphi\approx1-\frac{1}{2}\varphi^2$

∴ $dt=\frac{L\,d\theta}{\sqrt{gL(\varphi^2-\theta^2)}}$

令 $\theta=\varphi\cos\alpha$ ∴ $dt=\frac{L\varphi\sin\alpha\, d\alpha}{\sqrt{gL}\,\varphi\sin\alpha}=\sqrt{\frac{L}{g}}\,d\alpha$. ∴ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

∴ $g=\frac{4\pi^2 L}{T^2}$. 测出摆长和振动周期，就可求出g.

实验步骤：1)在单摆平衡位置处做标记

2) 米尺量细悬线长 $l'$，游标卡尺测出摆球直径 $d$，都精确至mm.

$L=l'+\frac{d}{2}$：摆长.

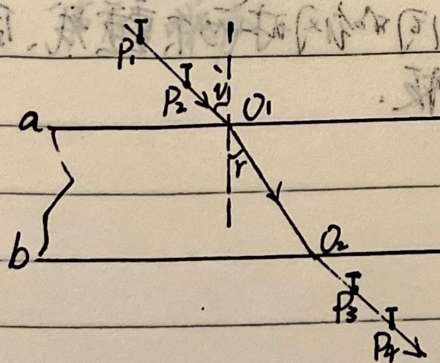
3) 把单摆从平衡位置拉开一个小角度（$<10^\circ$），释放，用秒表测出完成50次全振动的时间，计算出平均完成一次全振动的时间.

4) 改变摆长，重复实验，做出 $T^2-l$ 图. 斜率 $k=\frac{4\pi^2}{g}$，$\therefore g=\frac{4\pi^2}{k}$.

注意事项：以摆球通过最低位置时开始计，以后摆球从同一方向通过最低位置时进行计数.

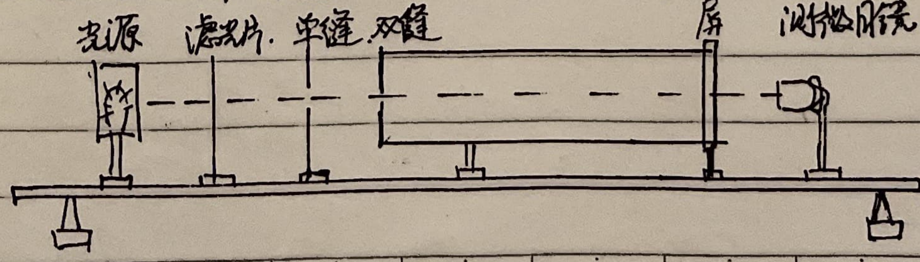
实验十二：测定玻璃的折射率.

实验目的：测定玻璃砖的折射率.
实验器材：白纸、待测玻璃砖、图钉、大头针、铅笔、绘图板.
实验原理：$n=\frac{\sin i}{\sin r}$.
实验步骤：




实验十三：用双缝干涉测光的波长.

实验目的：测定单色光波长
实验器材：光源、滤光片、单缝、双缝、遮光筒、光屏及光具座、



实验原理：$\Delta x=\frac{l}{d}\lambda$.

两条相邻明纹间距用测微目镜（分划板、目镜、手轮+螺旋测微器）

测出：$\Delta x=|a_1-a_2|$，这样误差较大，通常测 $n$ 条明纹间距 $a$。

∴ $\Delta x=\frac{a}{n-1}$

用刻度尺测双缝到光屏间距 $l$.

$d$ 已知.

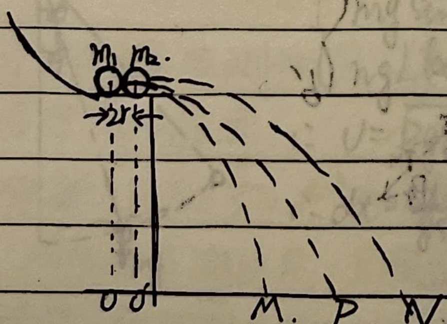
∴ $\lambda=\frac{d}{l}\Delta x$

实验十四：验证动量守恒定律.

实验目的：验证碰撞中的动量守恒.

实验器材：斜槽、大小相等质量不同的钢球两个、重垂线、白纸、复写纸、天平、刻度尺、圆规、三角板.

实验原理：




主要测量量：$m_1$、$m_2$（天平），入射球和被碰球半径 $r$，
$\overline{OP}$、$\overline{OM}$、$\overline{O'N}$.

$m_1\overline{OP}=m_1\overline{OM}+m_2\overline{O'N}$.

No.
Date

实验十五：传感器的简单使用.

$$\underbrace{\text{非电学物理量}}\to\text{敏感元件}\to\text{转换器件}\to\text{转换电路}\to\text{电学量}.$$

长度： 长、宽、高、位移、角度、几何位置.
力学： 力、力矩、加速度、质量、振动.
温度： 温度、水分
频率： 频率、时间
电学： 电阻、电压、电流、电容、电感
磁性： 磁场、磁通.
光学： 亮度、颜色、透明度
声学： 声压、噪声.